

C1283

Ecole Normale Supérieure de Cachan

61 avenue du président Wilson

94230 CACHAN

Concours d'admission en **1^{ère} année**
DROIT, ÉCONOMIE ET GESTION
Session 2012

Épreuve à Options

Durée : **4 heures**

« *Aucun document n'est autorisé* »

L'usage de la calculatrice n'est autorisé que pour l'option **Maths Appliquées**.

Les candidats doivent **obligatoirement traiter le sujet qui correspond à l'option qu'ils ont irréversiblement choisie** au moment de leur inscription.

Pour l'option **Maths Appliquées** : Deux feuilles (papier millimétré) en documents réponses.

COMPOSITION DE DROIT COMMERCIAL

Sujet : L'intérêt social

COMPOSITION DE DROIT PUBLIC

Sujet : L'exercice du pouvoir réglementaire en France

Mathématiques Appliquées et Statistiques

Consignes :

- L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.
- Deux feuilles (papier millimétré) en documents réponses.
- Tous les exercices peuvent être traités indépendamment.
- Une table de la loi normale se trouve en fin de sujet.
- La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les candidats sont invités à encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs. Ils ne doivent faire usage d'aucun document.

Exercice 1 (Conseil de l'eurogroupe)

On donnera les résultats des questions 2 à 4 sous forme de fractions irréductibles.

L'ensemble des pays de la zone euros décident de créer un conseil de l'eurogroupe rassemblant 4 pays des 17 de la zone euro, choisis au hasard.

1. Combien de conseils différents peut-on ainsi former ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir un conseil contenant la France et l'Allemagne ?
3. On sait que Chypre et Malte ne siègent pas. Quelle est alors la probabilité d'avoir un conseil contenant la France et l'Allemagne ?
4. (a) On sait que les Pays-Bas ne veulent pas siéger avec le Luxembourg. Quelle est la probabilité d'avoir un conseil satisfaisant à cette condition ?
(b) De plus, si elle siège, la Slovaquie veut toujours siéger avec l'Autriche. Quelle est la probabilité d'avoir un conseil satisfaisant à ces deux conditions ?
5. Le conseil est renouvelé chaque année. On donnera ici les résultats à 10^{-4} près.
 - (a) Quelle est la probabilité qu'au cours des cinq premières années, ni le Portugal, ni l'Italie, ni l'Espagne et ni la Grèce n'apparaissent.
 - (b) La Belgique a déclaré claquer la porte de l'UE si au cours des cinq premières années, elle ne siège pas au moins deux fois. Quelle est la probabilité que la Belgique reste au sein de l'UE ?

Exercice 2 (Des colis)

L'entreprise Aérobus, localisée sur deux sites de production différents, utilise le transporteur Norbert afin de convoier les pièces d'un site à l'autre, une fois par semaine. La probabilité pour que Norbert livre le second site avec retard est de $\frac{1}{3}$. On suppose les retards successifs indépendants.

1. On note R la variable aléatoire égale au nombre de semaines où se produit un retard sur une période d'un an.

- (a) Quelle est la loi de R ?
 (b) Donner l'espérance et la variance de R .
2. En cas de retard, le coût de la livraison est divisé par 2. On note C la variable aléatoire égale au coût total des livraisons sur un an et x le coût d'une livraison.
 (a) Exprimer C en fonction de R et x .
 (b) En déduire, en fonction de x , le prix moyen payé par l'entreprise sur un an.
3. Dorénavant et pour une période indéterminée, l'entreprise Aérobus décide de changer de société de transport au premier retard de Norbert. A partir de la semaine suivante, elle utilisera la société DND. On note D la variable aléatoire représentant le numéro de la semaine où pour la première fois l'entreprise Aérobus utilise la société DND.
 (a) Justifier que l'ensemble des valeurs prises par D est égal à $\mathbb{N} - \{0, 1\}$
 (b) Montrer que :
- $$\forall k \in \mathbb{N} - \{0, 1\}, \quad P(D = k) = \frac{2^{k-2}}{3^{k-1}}$$
4. La société DND est réputée fiable. La variable aléatoire R' égale au nombre de retard par an suit une loi de Poisson de paramètre 4.
 (a) Quel est le nombre moyen de retards par an de la société DND, est-elle plus fiable que Norbert ?
 (b) Quelle est la probabilité que la société DND n'ait jamais de retard sur un an ?
5. L'entreprise Aérobus décide d'utiliser pendant 13 semaines la société DND puis pendant 4 semaines la société Norbert. On peut considérer que le nombre de retard de la société DND sur une période de 13 semaines (un quart de l'année) suit une loi de Poisson de paramètre 1. Quelle est la probabilité que sur ces 17 semaines, l'entreprise essuie 2 retards ?

Exercice 3 (Des salaires)

1. Une étude est faite sur les salariés d'une grande entreprise. La première étude concerne l'âge des salariés.

Age	[20; 25[[25; 35[[35; 50[[50; 65[
Pourcentage des salariés	15	30	15	40

- (a) Quel est le type de cette série statistique ?
 (b) Tracer son histogramme.
 (c) Quelles sont les classes modales de cette série ?
2. Le revenu annuel d'un salarié est distribué normalement, autrement dit suivant une loi de Laplace-Gauss. Le revenu moyen annuel est de 15000 euros et l'écart-type est de 4000.
 (a) Calculer la probabilité pour qu'un salarié pris au hasard ait un revenu supérieur à 20000 euros.
 (b) Quel est le pourcentage des salariés ayant un revenu compris entre 10000 et 16000 euros ?
 (c) On constate que parmi les femmes salariées, 5% avaient un revenu annuel supérieur à 20000 euros. Peut-on penser que l'entreprise respecte l'égalité homme-femme sur les salaires ?

Exercice 4 (Etude de fonctions)

Soit n un entier naturel non nul. On considère la fonction f_n , définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f_n(x) = x^n (\ln(x) - 1)$$

On rappelle que

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^n \ln(x) = 0$$

Partie 1

Dans cette partie, on prend $n = 1$ et on considère $f_1 : x \mapsto x(\ln(x) - 1)$. et on note C_1 la représentation graphique de f_1 .

1. Déterminer les limites de f_1 en $+\infty$ et 0.
2. Calculer $f_1'(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$.
3. Dresser le tableau de variation de f_1 .
4. Déterminer le ou les antécédents de 0 par f_1 et en déduire le signe de f_1 .
5. Tracer dans un même repère orthogonal la tangente horizontale de C_1 , sa tangente au point d'abscisse e et C_1 elle-même. On prendra en abscisses 4cm pour une unité et en ordonnées 2cm pour une unité.

Partie 2

Dans cette partie, on prend n un entier naturel avec $n > 1$ quelconque et on note C_n la représentation graphique de f_n .

1. Déterminer les limites de f_n en $+\infty$ et 0.
2. Calculer $f_n'(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$.
3. (a) Résoudre $n \ln(x) - n + 1 > 0$ dans $]0; +\infty[$.
(b) En déduire que f_n' change de signe en $\exp\left(\frac{n-1}{n}\right)$.
4. Dresser le tableau de variation de f_n .
5. Déterminer le minimum de f_n et en quelle valeur il est atteint.
6. (a) Calculer $f_n(1)$ et $f_n(e)$.
(b) Déterminer, pour tout x de $]0; +\infty[$, le signe de $x^n(x-1)(\ln(x)-1)$.
(c) Déterminer la position relative de C_{n+1} par rapport à C_n .
7. Tracer dans le repère de la partie 1 les allures de C_2 , C_3 et C_4 . On placera à chaque fois la tangente horizontale.

Partie 3

1. On considère la fonction F_n définie par :

$$F_n :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \frac{t^{n+1}}{n+1} \left(\ln(t) - \frac{1}{n+1} \right)$$

Déterminer la dérivée de F_n .

2. En déduire la valeur de $\int_1^e f_n(t) dt$.
3. Calculer, en unités d'aire, l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$, et C_2 . On l'hachurera sur le graphique des parties 1 et 2.

FONCTION DE RÉPARTITION DE LA LOI NORMALE STANDARD

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

z	0.841	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291
$\Phi(z)$	0.8000	0.9000	0.9500	0.9750	0.9800	0.9900	0.9950	0.9975	0.9990	0.9995