

C30191

## Ecole Normale Supérieure de Cachan

61 avenue du président Wilson

94230 CACHAN

---

Concours d'admission en 3<sup>ème</sup> année

### GÉNIE ÉLECTRIQUE

Session 2010

---

## Épreuve de SYSTÈMES ÉLECTRONIQUES ET ÉLECTROTECHNIQUES

---

Durée : 4 heures

---

*Aucun document n'est autorisé.*

*Aucun dictionnaire n'est autorisé.*

---

*L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1<sup>er</sup> février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats.*

*L'épreuve est d'une durée de quatre heures et est constituée de deux parties indépendantes (électrotechnique et électronique). **Les deux parties doivent obligatoirement être traitées et rédigées sur des feuilles séparées** ; il est suggéré aux candidats de consacrer deux heures à chacune des parties.*

---

# PREMIERE PARTIE

## ELECTROTECHNIQUE ET ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

---

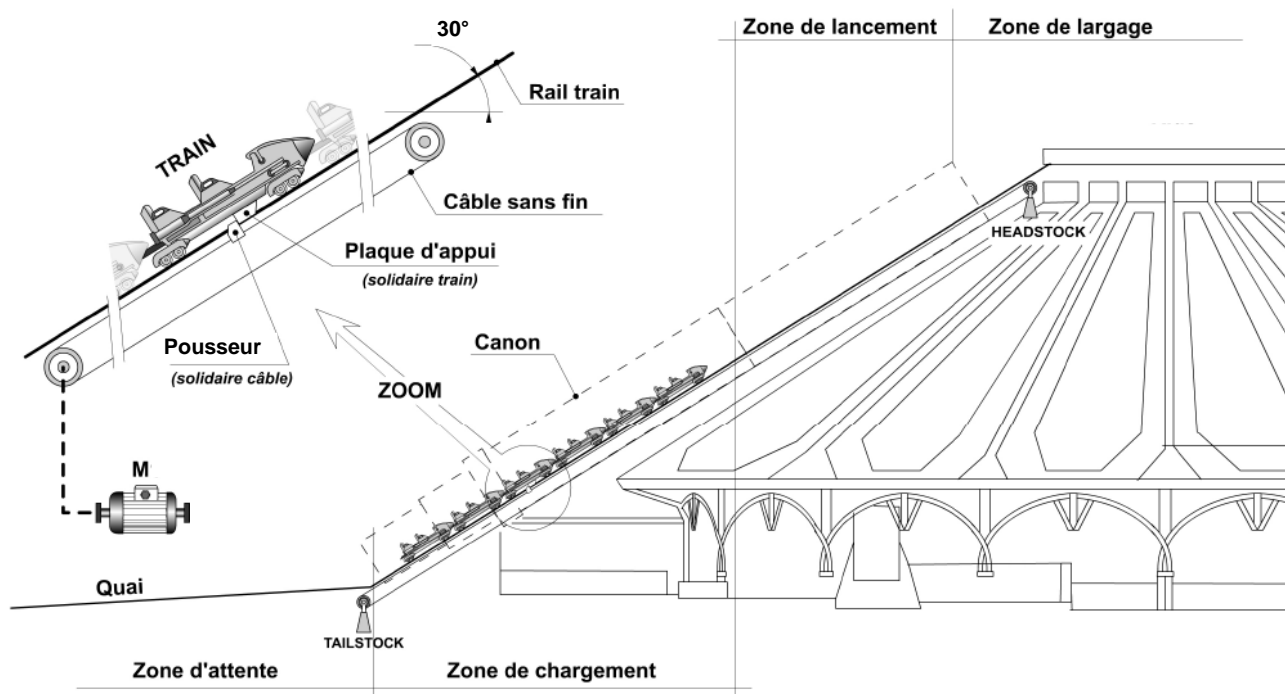
La partie électrotechnique se compose de trois parties indépendantes. Il est vivement recommandé de les traiter toutes.

Le sujet comporte 9 pages dont **3 pages de documents réponses à remettre avec la copie.**

### Chaine d'énergie du système de lancement d'une attraction foraine

Cette attraction se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Le système de lancement est une catapulte à propulsion électrique du type de celle rencontrée sur porte-avions pour l'aide au décollage.

Les trains chargés en passagers, sont envoyés sur une zone d'attente de la rampe de lancement où ils sont maintenus en position par un système de freins. Lorsque le train est au repos au bas de la rampe de lancement, le système de catapultage, le pousseur, vient s'accrocher sous le train pour le hisser en zone de largage, comme le montre le dessin suivant.



La machine entraîne directement un tambour sur lequel est enroulé un câble sans fin qui supporte le pousseur. Le pousseur positionne le train en zone de largage puis le catapulte.

## Description du cycle de fonctionnement

### ▪ Phase 0 : Engagement du pousseur

Le cycle du pousseur débute, à partir de sa position basse, par l'accostage avec le train à la hauteur du deuxième wagonnet, son aileron venant rencontrer la plaque d'appui prévue à cet effet. Pendant cette opération d'engagement du pousseur, qui dure 5 secondes au maximum, le train reste fixe. A la fin de l'engagement, le train est immobile en attente d'une autorisation de lancement.

### ▪ Phase 1 : zone de chargement

Cette phase permet un test dynamique du système de lancement : le pousseur monte le train dans la zone de chargement. Le train de passagers subit une accélération de  $2,5 \text{ m/s}^2$  pour l'amener à une vitesse de  $3 \text{ m/s}$ , vitesse qui est maintenue pendant  $5 \text{ s}$ . Un freinage à décélération constante de  $4 \text{ m/s}^2$  jusqu'à la vitesse nulle termine le cycle dans la zone de chargement.

En fin de phase de chargement, une attente de durée  $t_4$  est alors imposée avant de débiter la phase de lancement.

### ▪ Phase 2 : Lancement du train

Le train est lancé par l'intermédiaire du pousseur avec une accélération de  $8 \text{ m/s}^2$  jusqu'à une vitesse de  $14 \text{ m/s}$ . Lorsque cette vitesse est atteinte, le pousseur se désolidarise du train. Le train, qui se déplace sur un axe incliné parallèle à la surface du toit de l'attraction, termine son ascension sur sa lancée à une vitesse d'apogée de  $4 \text{ m/s}$  au minimum. Il rentre alors dans un virage vertical pour entamer un plongeon dans la montagne russe.

### ▪ Phase 3 : Décélération du pousseur et retour en position d'origine

Le pousseur se dégage du train en freinant alors que le train poursuit sur sa lancée. Le freinage du train achevé, le pousseur revient en position initiale.

## Partie A : Etude électromécanique

L'évolution de la vitesse du pousseur, lors des trois phases 1, 2 et 3 de fonctionnement décrites précédemment, est représentée sur le document réponse n°1. On y associe 9 intervalles de temps numérotés de 1 à 9.

### A.1. Détermination de l'accélération angulaire du moteur

**Q.A.1.** En reprenant la description des différentes phases, ajouter sur le document réponse n°1 sur la courbe de vitesse, les valeurs de l'accélération  $\gamma$  en  $\text{m/s}^2$  du pousseur lors des intervalles, en précisant le signe. Déterminer la valeur des intervalles de temps  $t_1$ ,  $t_3$ ,  $t_5$ ,  $t_6+t_7$  et  $t_9$ . La durée des intervalles  $t_2$ ,  $t_4$  et  $t_8$  est la suivante :  $t_2 = 5 \text{ s}$ ,  $t_4 = 1 \text{ s}$  et  $t_8 = 6 \text{ s}$ .

On rappelle que la machine entraîne directement un tambour sur lequel est enroulé un câble sans fin qui supporte le pousseur.

Le diamètre de ce tambour est  $D = 1 \text{ m}$ .

On note :

- $v$  la vitesse du pousseur en  $\text{m/s}$ ,
- $\Omega$  la vitesse de rotation du moteur en  $\text{rad/s}$ .

**Q.A.2.** Déterminer la relation entre  $v$ ,  $\Omega$  et  $D$ . En déduire la vitesse maximale de rotation du moteur  $\Omega_{\text{max}}$  sachant que  $v_{\text{max}} = 14 \text{ m/s}$ . Donner le résultat en  $\text{rad/s}$  puis en  $\text{tr/min}$ .

**Q.A.3.** Déterminer la relation entre l'accélération angulaire du moteur  $\frac{d\Omega}{dt}$ , l'accélération du pousseur  $\gamma$  et le diamètre du tambour  $D$ .

**Q.A.4.** Tracer alors, sur le document réponse n°1, l'évolution de  $\frac{d\Omega}{dt}$  sur les 9 intervalles de temps.

**A.2. Détermination du couple résistant statique**

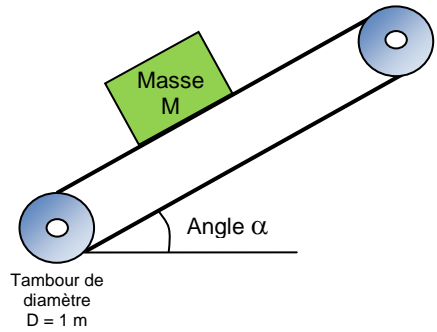
On suppose les différentes liaisons mécaniques sans frottement. Le couple résistant statique au niveau de l'arbre de rotation de la machine ne dépend donc que de la masse du pousseur et du train.

On note :

- $M_t$  la masse du train avec  $M_t = 7\ 500\text{ kg}$ ,
- $M_p$  la masse du pousseur avec  $M_p = 900\text{ kg}$ ,
- $g$ , l'accélération de la pesanteur avec  $g = 10\text{ m/s}^2$ ,
- $\alpha$ , l'angle d'inclinaison de la rampe de lancement avec l'horizontal  $\alpha = 30^\circ$ .

**Q.A.5.** On simplifie l'étude au schéma ci-contre, exprimer dans chaque phase de fonctionnement le couple résistant  $C_R$  ramené à l'axe du moteur en fonction de  $D$ ,  $M_t$ ,  $M_p$ ,  $g$  et  $\alpha$ .

**Q.A.6.** Tracer les valeurs numériques du couple résistant  $C_R$  sur le document réponse n°1.



**A.3. Détermination du couple de la machine**

L'accélération angulaire et le couple résistant statique étant connus sur les différents intervalles de temps, on cherche maintenant à déterminer le couple total que la machine doit exercer pour générer le cycle.

On note :

- $J_1$  le moment d'inertie de l'ensemble pousseur + tambour et câble + train ramené à l'axe de la machine avec  $J_1 = 3\ 100\text{ kg.m}^2$ ,
- $J_2$  le moment d'inertie du pousseur + tambour et câble ramené à l'axe de la machine avec  $J_2 = 1\ 200\text{ kg.m}^2$ .

$J_1$  sera donc utilisé pour les phases 1 et 2, et  $J_2$  pour la phase 3.

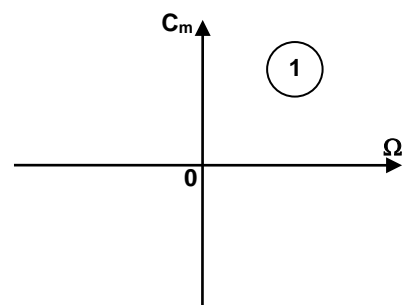
**Q.A.7.** Exprimer le couple total de la machine  $C_m$  en fonction de  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $\frac{d\Omega}{dt}$  et  $C_R$  pour chaque phase de fonctionnement. Tracer l'évolution du couple de la machine  $C_m$  sur le document réponse n°1 en justifiant les valeurs numériques. En déduire la valeur numérique du couple de la machine maximal  $C_{max}$ .

**Q.A.8.** On définit le couple quadratique moyen  $C_{quad\ moyen}$  de la façon suivante. Déterminer sa valeur numérique.

$$C_{quad\ moy} = \sqrt{\frac{\sum_i (C_{mi}^2 \cdot t_i)}{\sum_i t_i}}$$

La représentation ci-contre sera utilisée pour décrire le fonctionnement dans les différents quadrants. Lors de l'intervalle  $t_1$ , le couple  $C_m$  et la vitesse  $\Omega$  sont positifs, on place donc le chiffre 1 (comme le numéro de l'intervalle 1) dans le quadrant correspondant.

**Q.A.9.** Reproduire ce schéma et indiquer les quadrants utilisés pour les intervalles 2 à 9. Justifier que le cycle de lancement de la catapulte nécessite un fonctionnement dans les 4 quadrants. Préciser pour chaque quadrant le type de fonctionnement de la machine (moteur/récepteur ou frein/générateur).



## Partie B : Motorisation du tambour de la catapulte

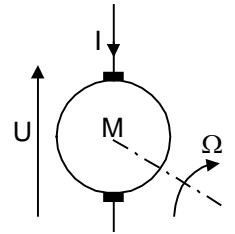
L'entraînement du tambour est obtenu par une machine à courant continu (MCC) fonctionnant à flux inducteur constant. Les caractéristiques et une photographie de la MCC sont données ci-dessous :

Caractéristiques	Moteur NP710KX8
Tension d'induit nominale $U_n$	700 V
Courant d'induit nominal $I_n$	2033 A
Vitesse nominale $N_n$	275 tr/min
Puissance utile nominale $P_n$	1300 kW
Masse	15850 kg
$C_{max}/C_n$	2,1
Excitation	constante



Les conventions utilisées sont données par le schéma ci-contre.

Le couple délivré par la machine est le couple  $C_m$  calculé dans la partie A. On néglige son couple de pertes  $C_p$  : le couple utile est égal au couple électromagnétique. On note  $R$  la résistance de l'induit.



**Q.B.1.** Calculer le couple nominal  $C_{mn}$ . La machine choisie correspond-elle aux spécifications du cahier des charges ? Justifier la réponse.

**Q.B.2.** Justifier que  $E = k\Omega$ ,  $\Omega$  étant la vitesse angulaire du moteur (en  $\text{rad.s}^{-1}$ ) et  $k$  une constante dont on précisera l'unité. En déduire l'expression du couple  $C_m$  en fonction du courant d'induit  $I$ .

**Q.B.3.** Déterminer les valeurs numériques de  $k$  et de  $R$ .

**Q.B.4.** Dans une des phases d'accélération, le couple  $C_m$  nécessaire vaut 70,3 kN.m, et la vitesse doit être de 270 tr/min. En déduire la valeur que doit prendre la tension d'induit pour ce fonctionnement.

**Q.B.5.** La machine à courant continu doit permettre un fonctionnement dans les quatre quadrants du plan  $(C_m, \Omega)$ , préciser les signes de la tension  $U$  et du courant  $I$  permettant d'aller dans ces 4 quadrants si on néglige la chute ohmique d'induit  $RI$  devant la fem  $E$ .

## Partie C : Variateur de vitesse

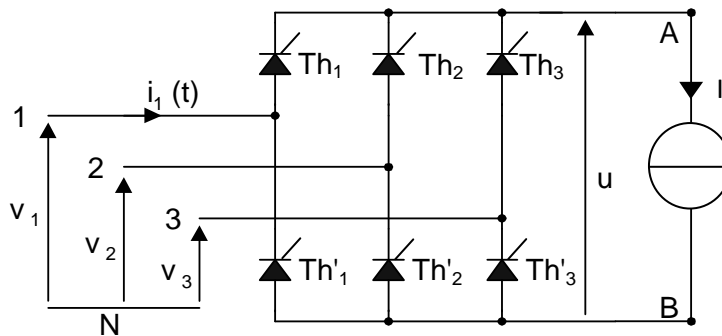
La machine à courant continu est alimentée par un variateur composé de 2 ponts complets triphasés à thyristors (notés PD3).

L'étude portera tout d'abord sur un seul pont redresseur PD3. Il sera ensuite mis en évidence la nécessité d'utiliser un second pont monté « tête bêche » de façon à permettre un fonctionnement dans les 4 quadrants.



### C.1. MCC alimentée par un pont PD3

On suppose tout d'abord que la tension d'induit de la machine à courant continu est contrôlée par un variateur utilisant un PD3 dont le schéma de principe est donné ci-dessous :



Les six thyristors sont supposés parfaits. Le pont est alimenté par un système de tensions triphasées équilibrées de valeur efficace  $V = \frac{700}{\sqrt{3}} V$  (tensions simples par rapport au neutre N) et de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$ .

Le pont est connecté en A et B à la machine à courant continu, dont l'inductance d'induit est supposée suffisamment élevée pour que le courant  $I$  puisse être considéré comme parfaitement constant.

L'angle de retard à l'amorçage  $\alpha$  des thyristors est compté à partir de la commutation naturelle des diodes du même pont non commandé.

**Q.C.1.** Représenter, sur le document réponse n° 2, la tension  $u$  entre les points A et B pour  $\alpha = 60^\circ$ , la forme du courant  $i_{th1}$  dans le thyristor  $Th_1$  et du courant  $i_1$  dans la phase 1.

**Q.C.2.** Exprimer la valeur moyenne du courant dans un thyristor  $\langle i_{th} \rangle$  puis la valeur efficace du courant  $I_{1eff}$  dans la phase 1 en fonction de  $I$ .

**Q.C.3.** Tracer l'allure du fondamental de  $i_1$ . Que vaut le déphasage  $\varphi$  entre la tension  $v_1$  et le fondamental du courant  $i_1$  ?

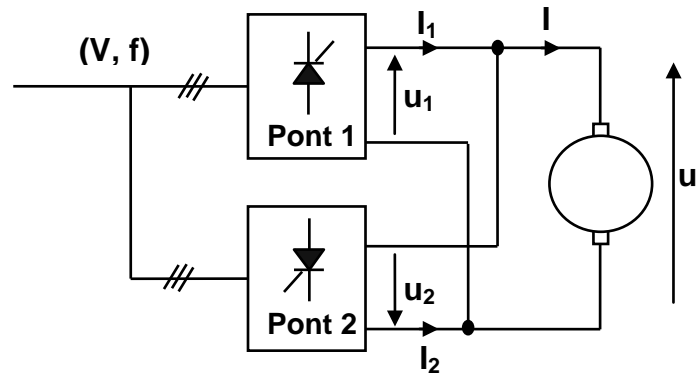
**Q.C.4.** Montrer que la valeur moyenne  $U$  de  $u$  s'exprime par :  $U = 2,34.V.\cos\alpha$  ( $V$  valeur efficace des tensions simples). Calculer  $U$  pour  $\alpha = 60^\circ$  et  $120^\circ$ . Quelle valeur faut-il donner à  $\alpha$  pour obtenir  $U = 700 \text{ V}$  ?

**Q.C.5.** Préciser, en justifiant votre réponse, le type de fonctionnement du pont (redresseur ou onduleur) suivant la valeur de  $\alpha$ .

**Q.C.6.** Le courant  $I$  peut-il changer de signe ? Pourquoi ? Ce variateur répond-il alors aux spécifications du cahier des charges ? Justifier la réponse.

## C.2. MCC alimentée par deux ponts PD3

Deux ponts tête bêche sont utilisés pour piloter la machine à courant continu, le schéma de principe est alors le suivant :



Les 2 ponts sont commandés de manière séparée : lorsque le pont 1 est commandé, le pont 2 est bloqué et inversement lorsque le pont 2 est commandé, le pont 1 est bloqué. Le pont 1 est commandé avec un angle de retard à l'amorçage  $\alpha_1$ , le pont 2 avec un angle  $\alpha_2$ .

**Q.C.7.** Etablir la relation entre  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  pour que le courant puisse s'inverser très rapidement à tension imposée aux bornes de la charge.

**Q.C.8.** En raisonnant sur le signe de  $U$ , valeur moyenne de la tension d'induit, et le signe de  $I$ , courant d'induit, compléter le document réponse n°3 en indiquant pour les 3 quadrants restants, le fonctionnement du pont commandé. Conclure sur l'intérêt de l'utilisation de ces 2 ponts « tête bêche ».

---

**SECONDE PARTIE**  
**– ELECTRONIQUE –**

---

Nous étudions ici deux fonctions de base de nombreux systèmes électronique analogiques, à savoir :

- la génération de formes d'ondes (exercice 1),
- l'amplification en petit signal (exercice 2).

Les deux exercices sont *indépendants*.

*Note : l'énoncé est relativement long, mais les réponses aux questions sont souvent brèves.*

**Exercice 1 : Etude d'un oscillateur contrôlé en tension (OCT) à amplificateurs opérationnels**

Le montage de la figure 1 représente un OCT à amplificateurs opérationnels (AOP). Les deux AOP, notés  $A_1$  et  $A_2$ , sont considérés comme parfaits. Ils sont alimentés symétriquement à l'aide de deux alimentations continues fournissant  $\pm 15V$  ( $V_{CC} = 15V$ ). Les niveaux de saturation (par valeurs positive et négative) en sortie des AOP sont symétriques :  $V_{sat}^+ = -V_{sat}^- = V_{sat} = 13,5V$ . La tension d'entrée  $V_E$  est continue et est comprise entre  $0V$  et  $V_{CC}$ . On supposera que la tension de saturation du transistor bipolaire T est nulle ( $V_{CEsat} = 0V$ ).

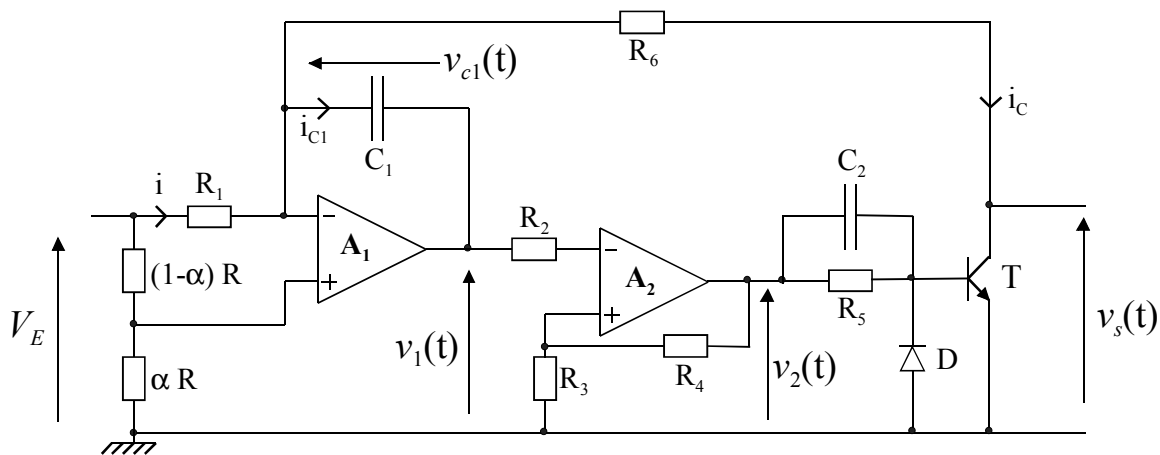


Figure 1. Schéma de l'OCT à amplificateurs opérationnels.

Cet exercice comporte quatre parties indépendantes où l'on étudie successivement :

- Partie 1 : le circuit d'entrée de la Figure 1 (question 1),
- Partie 2 : la fonction réalisée par  $A_2$  (questions 2 à 5),
- Partie 3 : le fonctionnement du montage complet (questions 6 à 17),
- Partie 4 : discussions diverses (question 18).

On ne tient pas compte du condensateur  $C_2$  et de la diode D dans les parties 1, 2 et 3. Le paramètre  $\alpha$  est compris entre 0 et 1.



### **Partie 1 : Etude du circuit d'entrée de la Figure 1**

On suppose que l'amplificateur  $A_1$  fonctionne en régime linéaire.

1. Montrer que le courant d'entrée,  $i$ , s'exprime de la façon suivante :

$$i = (1 - \alpha) \frac{V_E}{R_1}.$$

### **Partie 2 : Etude de la fonction réalisée par $A_2$**

Les tensions d'entrée et de sortie de  $A_2$  sont respectivement notées  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$ .

2. Expliquer qualitativement le fonctionnement de  $A_2$ .
3. Tracer la caractéristique de transfert entrée-sortie  $v_2 = f(v_1)$ .
4. Quel est le nom typique de la fonction électronique ainsi réalisée ?
5. Quel est le rôle de la résistance  $R_2$  ?

### **Partie 3 : Etude du montage complet (Figure 1)**

6. Dans quel régime de fonctionnement opère le transistor T ?
7. A la mise sous tension (à l'instant  $t = 0$ ), on suppose que :
  - le condensateur  $C_1$  est déchargé :  $v_{c1}(t = 0) = 0$ ,
  - la tension  $v_2$  vaut  $-V_{sat}$ .
- 7a. Quel est l'état du transistor T ?
- 7b. En écrivant que  $i_{C1} = i$ , montrer que  $v_1(t)$  varie linéairement en fonction du temps.
- 7c. Déterminer l'expression complète de  $v_1(t)$ . Tracer  $v_1(t)$ .
- 7d. En déduire que l'évolution temporelle de  $v_1(t)$  provoquera, au bout d'un certain temps, le basculement de  $A_2$  et le passage de  $v_2$  à la valeur  $+V_{sat}$ .
- 7e. Dans ce cas, montrer que le transistor T passe à l'état saturé.

Le transistor T est maintenant supposé saturé.

8. Déterminer la valeur minimale de  $R_6$  garantissant que le transistor T soit effectivement saturé, et ceci quelle que soit la valeur de  $V_E$ . Cette valeur minimale sera exprimée en fonction de  $\alpha$ , du gain en courant  $\beta$  du transistor T, de  $R_5$ , et des tensions  $V_{CC}$ ,  $V_{BE}$  et  $V_{sat}$ . On rappelle que  $V_{BE}$  désigne la tension entre la base et l'émetteur de T.  
On supposera par la suite que cette condition est satisfaite.
9. Calculer l'expression du courant  $i_{c1}(t)$  qui charge  $C_1$  lorsque T est saturé. Montrer que  $i_{c1}(t)$  est négatif si la condition suivante est remplie :

$$R_6 < \frac{\alpha}{1 - \alpha} R_1.$$

On supposera par la suite que cette condition est vérifiée.

10. Déterminer l'expression de  $v_1(t)$ .

Les questions 7 à 10 ont permis d'analyser, pas à pas, le fonctionnement du montage de la figure 1. Les questions suivantes ont pour objectifs de déterminer les performances de ce montage. Désormais ce dernier est supposé fonctionner en *régime établi*.

11. Expliquer qualitativement le fonctionnement du montage.
12. Tracer *précisément* l'évolution temporelle des trois tensions  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_s(t)$ . Ces trois tensions seront représentées en correspondance, l'une sous l'autre. On donnera les valeurs des tensions importantes sur ces trois graphes.
13. Donner les expressions analytiques des pentes de la tension  $v_1(t)$ .
14. Déterminer les durées  $T_{haut}$  et  $T_{bas}$  des états respectivement haut et bas de  $v_s(t)$ .
15. Montrer que le rapport cyclique  $\Delta = \frac{T_{haut}}{T_{haut} + T_{bas}}$  de  $v_s(t)$  s'écrit :
 
$$\Delta = 1 - \frac{1 - \alpha}{\alpha} \frac{R_6}{R_1}.$$
16. Quelle est la relation analytique que doivent satisfaire  $\alpha$ ,  $R_1$  et  $R_6$  pour avoir  $\Delta = 0,5$ . Dans ces conditions, donner la relation analytique définissant la fréquence  $f_{osc}$  des oscillations du montage ? Commenter ce résultat.
17. *Application numérique.*  
 On donne :  $\alpha = 0,15$ ,  $R_1 = 39 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 470 \text{ pF}$ .  
 Calculer  $f_{osc}$  pour  $V_E$  égale à  $2 \text{ V}$ ,  $7 \text{ V}$  et  $12 \text{ V}$ .

#### Partie 4 : Discussions

18. On analyse ici qualitativement les défauts et améliorations possibles du montage.
  - 18a. Quel est le rôle du condensateur  $C_2$  ?
  - 18b. Quel est le rôle de la diode D ?
  - 18c. Les AOP ne sont plus supposés idéaux.
    - Rappeler la liste, aussi complète que possible, des défauts des amplificateurs opérationnels. Des ordres de grandeurs de ces défauts pourront être fournis pour appuyer vos affirmations.
    - Parmi ces défauts, quel est celui qui impacte le plus le fonctionnement du montage de la figure 1.

#### Exercice 2 : Etude d'un amplificateur à transistor bipolaire NPN en petit signal

On considère le montage émetteur commun représenté sur la figure 2. Le gain en courant  $h_{21}$  du transistor bipolaire vaut 200 (à la fois en régimes statique et dynamique), et le paramètre  $h_{11}$  de son schéma équivalent petit signal vaut  $500 \Omega$ . On suppose que  $h_{22}$  est nul.

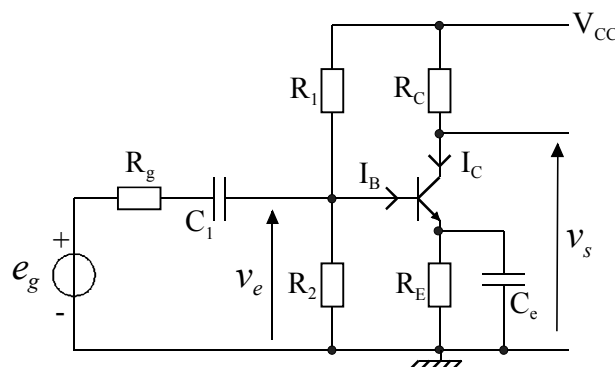


Figure 2. Amplificateur à transistor (comme l'indique ce schéma, il n'y a pas de charge).

- 19.** Déterminer les résistances  $R_C$  et  $R_E$  pour que les conditions suivantes soient satisfaites :
- En régime statique, le courant de polarisation de collecteur  $I_c$  est égal à 10mA,
  - Le gain en tension  $v_s/v_e$  vaut -150 lorsque la résistance  $R_E$  est totalement découplée (c'est à dire lorsque que le condensateur  $C_e$  se comporte comme un court-circuit à la fréquence de travail),
  - Le gain en tension  $v_s/v_e$  vaut -15 en l'absence de  $C_e$ .

Donner les valeurs numériques de  $R_C$  et  $R_E$ .

- 20.** Calculer les résistances  $R_1$  et  $R_2$  pour que, en régime statique, le courant de polarisation circulant dans  $R_1$  soit égal à  $10 \times I_B$  ( $I_B$  désigne le courant de polarisation de base du transistor). On suppose que  $V_{CC}=12V$  et  $V_{BE}=0,6V$ .

- 21.** En l'absence de  $C_e$  ( $R_E$  non découplée) :

**21a.** Déterminer l'expression de la résistance d'entrée du montage (notée  $R_{entrée}$ ), à droite de  $C_1$ . Faire l'application numérique.

**21b.** En déduire l'expression du gain en tension  $v_e/e_g$ . Tracer son diagramme de bode asymptotique en module (en dB).

**21c.** Déterminer l'expression de la fréquence de coupure basse due à  $C_1$ . Faire l'application numérique. On suppose que  $R_g=1k\Omega$  et  $C_1=1\mu F$ .

**21d.** Expliquer, de manière qualitative, l'action de  $C_e$  sur la variation du gain  $v_s/v_e$  en fonction de la fréquence.