

C38192

Ecole Normale Supérieure de Cachan
61 avenue du président Wilson
94230 CACHAN

Concours d'admission en 3^{ème} année
GÉNIE ÉLECTRIQUE
Session 2008

Épreuve de
TECHNIQUES NUMÉRIQUES ET AUTOMATIQUE

Durée : **4 heures**

Aucun document n'est autorisé.

L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1^{er} février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats. »

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve est constituée de 2 parties indépendantes (techniques numériques et automatique) qui doivent être obligatoirement traitées et rédigées sur des copies séparées.

Problème A

(Durée : 2 heures)

Techniques numériques

Etude de la métastabilité

1. Définition et caractérisation de la métastabilité

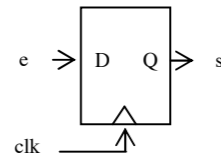


figure 1. : Bascule D synchrone

Une bascule synchrone (par exemple une bascule D) est caractérisée par un temps de propagation (t_{co} ou "clock to out time"), un temps de prépositionnement (t_{su} ou "set up time"), et un temps de maintien (t_h ou "hold time").

1.1. Rappeler les définitions des tensions considérées pour les circuits logiques : V_{OH} , V_{OL} , V_{IH} , V_{IL} .

1.2. Rappeler la règle de bon fonctionnement d'une bascule synchrone, c'est à dire les définitions de t_{su} et de t_h .

Dès lors que cette règle n'est pas vérifiée, la bascule est susceptible de passer dans un état pendant lequel la sortie est à un niveau indéterminé entre V_{IH} et V_{IL} . Cet état est **métastable**, c'est-à-dire qu'il cessera spontanément au bout d'un temps t_m variable, pour passer aléatoirement à l'état '0' ou '1'.

1.3. Dans une situation telle que la figure 2, quelles valeurs peuvent prendre les sorties $s1$ et $s2$ de 2 portes logiques identiques L1 et L2, si la sortie de la bascule est dans l'état métastable ?

1.4. Que se passera-t-il à la fin de l'état métastable ?

1.5. Que se passera-t-il au prochain front d'horloge, e étant resté inchangé ?

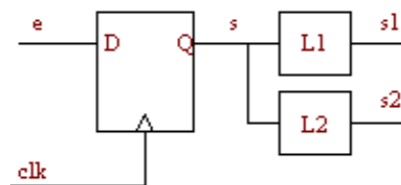


figure 2.

Dans la suite de ce problème on considère que le passage par l'état métastable est systématique si les conditions de bon fonctionnement de la bascule ne sont pas vérifiées. La durée t_m de persistance de l'état métastable est considérée comme une variable aléatoire et décrite statistiquement par sa densité de probabilité $f(t_m)$.

On rappelle que la densité de probabilité $f(X_0)$ d'une variable aléatoire x représente la probabilité que x soit comprise entre X_0 et X_0+dx (Eq. 1).

$$\Pr[X_0 < x < X_0 + dx] = f(X_0)dx \quad \text{Eq. 1}$$

La densité de probabilité de la durée de l'état métastable est modélisée par l'Eq.2 où B est un paramètre technologique de la bascule, qui peut être assimilé à un produit gain bande.

$$f(t_m) = Be^{-Bt_m} \quad \text{Eq. 2}$$

1.6. Vérifier que l'Eq.2 est bien une densité de probabilité.

1.7. Exprimer la probabilité $\Pr(t_m > t_{max})$ que la persistance dans l'état métastable dure plus de t_{max} .

On applique à l'entrée de la bascule un signal e , de fréquence moyenne F_{in} , asynchrone de l'entrée d'horloge de fréquence F_{clock} . Il se produira "de temps en temps" des situations de non respect des temps de maintien et d'établissement de la bascule, conduisant à un état métastable. On admet que l'intervalle de temps moyen entre deux apparitions d'états métastables de durée supérieure à t_{max} est donné par l'Eq. 3 :

$$\Delta t(t_{max}) = \frac{1}{F_{in} \cdot F_{clk} \cdot (t_{su} + t_h) \cdot e^{-Bt_{max}}} \quad \text{Eq. 3}$$

2. Etude d'un défaut de synchronisation

Considérons un système synchrone. On dira que le système subit un défaut de synchronisation lorsque l'entrée d'une bascule n'est pas stable pendant la plage d'échantillonnage (t_{su} avant et t_h après le front actif de la bascule).

Dans cette partie nous étudierons les défauts de synchronisation d'une machine d'état de Moore, représentée schématiquement sur la figure 3, où "la bascule" peut représenter un registre de N bits, et donc e et s des mots de N bits. Les fonctions combinatoires sont modélisées par les temps de propagations extrêmes t_{pmin} et t_{pmax} . Le modèle des bascules est celui de la partie 1.1. Pour les applications numériques on prendra $t_{su}=2ns$ $t_h=0.5ns$ $F_{in}=1MHz$ $F_{clk}=100MHz$ $t_{pmax}=6.5ns$ $t_{co}=1ns$ $t_{pmin}=1.5ns$.

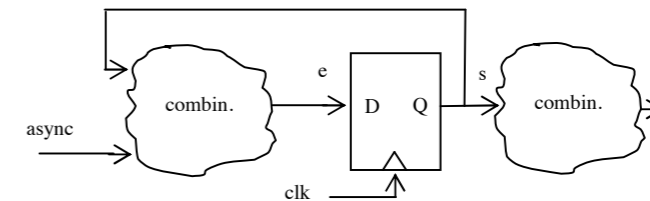


figure 3. Système synchrone avec entrée asynchrone

2.1. Décrire brièvement le fonctionnement de la machine d'état de Moore, en précisant les fonctions de chaque module (combinatoires et bascules).

2.2. Donner l'expression théorique de la fréquence maximale de fonctionnement de cette machine d'état et faire l'application numérique.

2.3. Donner la relation que doivent vérifier certains éléments de ce système pour éviter une violation du temps de maintien et faire l'application numérique.

2.4. En supposant que les règles de timing soient vérifiées et sachant que l'entrée "async" est asynchrone de l'horloge du registre, décrire le scénario d'un défaut de synchronisation du système de la Fig.2.

2.5. Donner l'expression de l'intervalle de temps moyen entre deux pannes et faire l'application numérique.

3. Etude de la synchronisation des entrées

Pour palier ce problème d'asynchronisme, on ajoute une bascule dite de synchronisation, suivant la configuration décrite sur la figure 4. Cette bascule permet d'échantillonner périodiquement le signal *async*. En cas d'évènement pendant la fenêtre d'échantillonnage, le signal *sync* passe dans un état métastable pendant un temps t_m . Si t_m est suffisamment court, la bascule de synchronisation quitte son état métastable rapidement (aléatoirement vers un niveau 0 ou 1) et, au pire, le signal *async* sera correctement échantillonné au coup d'horloge suivant.

Si t_m est trop long, le signal *e* sera instable ou incohérent au moment du front d'horloge suivant: il y a défaut de synchronisation. La durée maximale pendant laquelle la bascule de synchronisation peut rester dans un état métastable sans perturber le reste du système synchrone sera notée t_r (metastability resolution time).

3.1 Exprimer t_r en fonction des données du système de la figure 4.

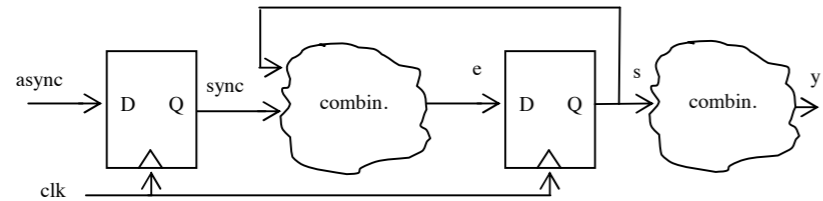


figure 4. Synchronisation des entrées

3.2. Donner l'expression de l'intervalle de temps moyen entre deux pannes (MTBF Mean Time Between Failure).

3.4. Faire l'application numérique avec $B=30GHz$ $t_{su}=2ns$ $t_h=0.5ns$ $F_{in}=1MHz$ $F_{clk}=50MHz$ $t_{pmax}=6.5ns$ $t_{co}=1ns$ $t_{pmin}=1.5ns$ (résultat exprimé en seconde puis en années).

3.5. Refaire l'application numérique avec $F_{clk}=100MHz$

3.6. En supposant que l'on vende un million de ces systèmes, combien en moyenne de ces systèmes connaîtront une panne chaque année?

3.7. Conclure.

2.6. En utilisant la méthode du premier harmonique, déterminer la fréquence d'oscillation de l'oscillateur. Représenter le gain de l'amplificateur sur le diagramme de Nyquist. Expliciter le gain de l'amplificateur pour le premier harmonique à la fréquence d'oscillation.

2.7. Proposer une modification du circuit sélectif qui permette d'améliorer la stabilité en fréquence de l'oscillateur.

2.8. Etant donnée la fréquence d'oscillation, un amplificateur de type TL081 (gain unité pour 3,5 MHz) permet-il un fonctionnement "comme prévu" ou doit on attendre un effet supplémentaire. Que se passerait-il avec un amplificateur LM741 (gain unitaire pour 1 MHz)?

1.14. Justifier le fait qu'on n'introduise pas de composante dérivée dans ce type d'asservissement.

Deuxième partie

2.1. Calculer la fonction de transfert du circuit de la figure 2 si $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $C = 1 \text{ nF}$.

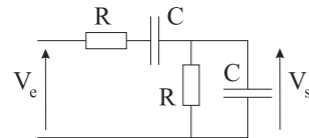


FIG. 2: Filtre de l'oscillateur

2.2. Tracer (sur la copie) le diagramme de Nyquist du circuit 2.

2.3. Donner le gain $G(p)$ du circuit à ampli-op de la figure 3. On supposera que l'amplificateur est idéal, on appellera le gain G_0 et on prendra $R_1 = 5,6 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$.

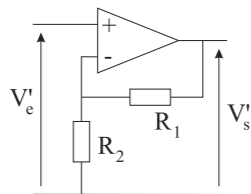


FIG. 3: Amplificateur non inverseur

2.4. Représenter le schéma complet de l'oscillateur.

2.5. Montrer par le calcul du fondamental d'un signal sinusodal saturé que le gain complexe équivalent pour le premier harmonique du circuit de la figure 3 vaut :

$$A_{NL}(p) = \frac{2G_0}{\pi} \left(\theta_0 + \frac{\sin(2\theta_0)}{2} \right)$$

On notera V_{SAT} comme tension de saturation de l'ampli-op et θ_0 l'angle correspondant au point de saturation.

4. Etude de la double synchronisation des entrées

On ajoute une seconde bascule de synchronisation (voir figure 5).

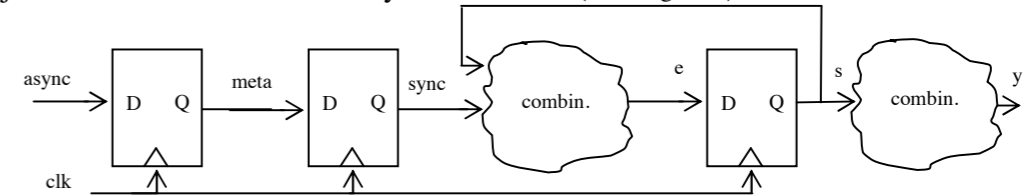


figure 5. Double synchronisation des entrées

4.1. Décrire brièvement le scénario d'un défaut de synchronisation dans le cas de la double synchronisation.

4.2. En supposant que les durées de persistance des bascules soient des phénomènes indépendants le nouvel intervalle moyen entre deux pannes.

4.3. Faire l'application numérique avec $B=30\text{GHz}$ $t_{su}=2\text{ns}$ $t_h=0.5\text{ns}$ $F_{in}=1\text{MHz}$ $F_{clk}=100\text{MHz}$ $t_{pmax}=6.5\text{ns}$ $t_{co}=1\text{ns}$ $t_{pmin}=1.5\text{ns}$ (résultat exprimé en seconde puis en années).

4.4. Conclure.

PROBLÈME B

ÉPREUVE D'AUTOMATIQUE

L'énoncé de cette partie est constitué de 4 pages de sujet.
Il comporte 2 parties indépendantes.

Il est conseillé de lire le sujet en entier avant de composer.

Première partie

Les concepteurs de systèmes utilisent de plus en plus la réalité virtuelle. Ces interfaces permettent à des utilisateurs de ressentir les sensations qu'éprouverait une personne en situation réelle. Il est par exemple possible de simuler le montage d'un phare dans une voiture et de conclure sur la capacité de l'opérateur à effectuer le montage compte tenu des limitations : poids de la pièce trop important, espace limité, etc. Il est également possible de simuler le comportement d'un organe à opérer (entraînement du chirurgien).

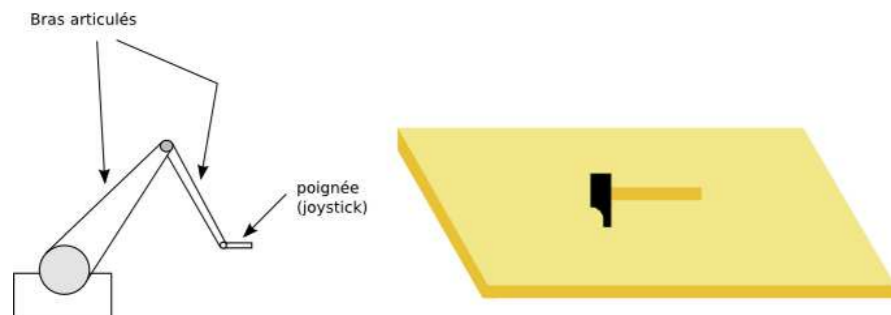


FIG. 1: Un schéma de bras articulé utilisé en réalité virtuelle

Ces interfaces dites haptiques utilisent des bras articulés à retour d'effort. L'utilisateur tient le bras articulé par la poignée, un ordinateur fabrique les images correspondant au système à simuler et le bras articulé renvoie à l'utilisateur les sensations correspondant à cette situation. Par exemple, à la figure 1, le bras articulé de gauche peut simuler le comportement du marteau de droite si on le déplace sur la table, si on le soulève ou s'il rencontre un obstacle.

On se place dans le cas où un opérateur tient le marteau par le manche. On supposera que seul la panne du marteau a une masse (le manche a une masse nulle) et que les efforts de l'opérateur s'exercent au niveau de la panne. L'opérateur tire le marteau vers l'extérieur de la table et rencontre le bord au bout d'un certain temps. Lorsque la table n'est plus sous le marteau, l'opérateur maintient la hauteur du marteau tout en continuant à le déplacer.

1.1. Représenter à l'aide d'un schéma les forces subies par le marteau et les forces exercées par l'opérateur au cours de cette manœuvre. La réponse ne doit pas excéder 1/2 page ou 5 lignes de texte.

1.2. Représenter, toujours dans le même cas les forces exercées par l'interface haptique dans le cas où l'opérateur ne tient pas un marteau mais la poignée de cette interface. La réponse ne doit pas excéder 1/2 page ou 5 lignes de texte.

Les segments du bras articulé sont actionnés par des moteurs à courant continu placés à chaque articulation. On suppose que les moteurs situés à chaque articulation subissent les mêmes formes de couples (moteurs ou résistants) à un facteur d'échelle et à une constante près liée au poids des segments à soutenir. On étudiera l'exemple d'un des moteurs du bras. On appelle U la tension appliquée au moteur, et on nommera I le courant d'induit du moteur.

1.3. Justifier le fait qu'on cherche à effectuer un asservissement de couple des moteurs.

Du point de vue de l'asservissement de courant, le moteur peut être vu comme une fonction de transfert de la forme :

$$F(p) = \frac{K_0}{(1 + \tau_M p)}$$

1.4. Donner l'unité de la fonction de transfert $F(p)$.

1.5. On suppose que le moteur est alimenté par un hacheur de fonction de transfert $E(p)$, et que ce hacheur est précédé d'un correcteur $C(p)$. La mesure de courant est effectuée à travers un dispositif électronique de fonction de transfert unitaire. Représenter le schéma-bloc de l'asservissement de courant.

1.6. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p)$ de l'asservissement de courant en supposant que la fonction de transfert du correcteur $C(p) = 1$. La fonction de transfert approchée du hacheur sera prise égale à :

$$C(p) = \frac{K_H}{1 + \tau_H p} \quad \text{avec} \quad K_H = 5 \quad \text{et} \quad \tau_H = 0,5 \text{ ms}$$

1.7. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de cette fonction de transfert sur le document réponse fourni. Placer quelques points remarquables et tracer les diagrammes réels. On prendra $K_0 = 0,1$ et $\tau_M = 10$ ms.

1.8. Donner un avis brièvement argumenté sur les performances de l'asservissement de courant en l'absence de correcteur.

1.9. On souhaite implanter un correcteur proportionnel et intégral dans cette boucle de régulation. La fonction de transfert d'un tel correcteur peut s'écrire :

$$C(p) = \frac{1 + \tau p}{\tau_i p}$$

1.10. On choisit une constante de temps τ égale à la constante de temps liée au moteur τ_M . Calculer τ_i de manière à avoir une marge de phase de 60 degrés.

1.11. Proposer une explication au fait que l'on choisisse une marge de phase plus importante que 45 degrés.

1.12. Représenter sommairement les modifications apportées au diagramme de Bode par ce correcteur.

1.13. On souhaite introduire une limitation de courant dans la boucle de commande. Proposer et décrire un bloc à introduire ainsi que sa position dans le schéma-bloc.