

C38172

Ecole Normale Supérieure de Cachan

61 avenue du président Wilson
94230 CACHAN

Concours d'admission en 3^{ème} année

MÉCANIQUE

Session 2008

Épreuve de
MÉCANIQUE ET CONCEPTION

Durée : 4 heures

Aucun document n'est autorisé

L'usage de calculatrice électronique de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1^{er} février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Le sujet comporte 8 pages de texte, 2 documents et 2 documents réponses.

Nota : à partir d'un support commun, le sujet propose deux parties totalement indépendantes :

- Mécanique des milieux continus
- Conception

Ces deux parties peuvent être traitées dans un ordre quelconque. Il est conseillé au candidat de lire attentivement le sujet en entier et d'accorder un temps sensiblement égal pour les deux parties.

Les deux parties seront rédigées sur des copies séparées et il faudra préciser sur chaque copie :

- le titre,
- le repère de l'épreuve,
- la partie de l'épreuve traitée,
- le nombre de feuilles constituant la copie.

Vous veillerez à rendre le document réponse avec les copies correspondantes.

Introduction

Dans le cadre de recherches scientifiques, plusieurs organismes s'efforcent de caractériser les océans en mesurant leurs grandeurs spécifiques : salinité, température, le taux d'oxygène dissout, le taux de chlorophylle, le taux de fluorine, ... Pour faire ces mesures, il faut mettre au point des véhicules sous-marins capables de se déplacer sur des grandes distances, d'une façon autonome et aptes à effectuer les mesures citées précédemment. Dans ce but l'IFREMER et le laboratoire DTN de l'ENSIETA développent conjointement des planeurs autonomes sous-marins de type GLIDER.

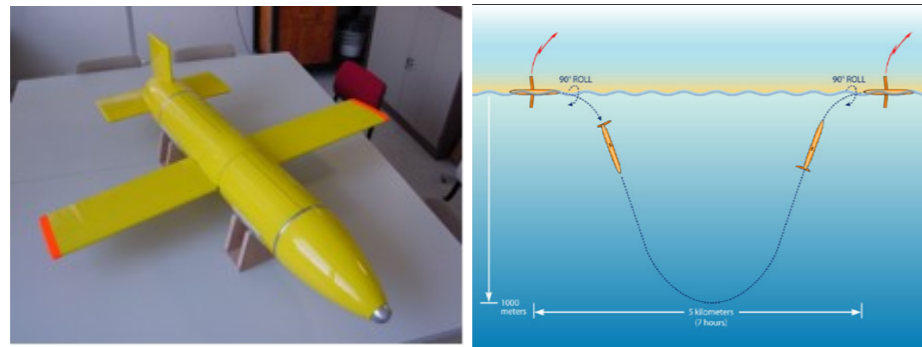


FIG. 1 – Véhicule sous-marin autonome et trajet parcouru

Les photos de la figure 1 présentent des vues générales d'un planeur sous-marin développé actuellement et des trajectoires envisagées. Comme son nom l'indique, ce véhicule plane dans l'eau ; il ne possède donc pas d'hélice de propulsion. Pour se déplacer, ce système possède :

- un système de ballast qui permet de faire varier le volume du sous-marin à poids constant. Ceci permet de le faire descendre ou remonter en prenant de la vitesse,
- un système de contrepoids qui permet, en jouant sur la position du centre de gravité du glider, de contrôler les angles de tangage et de roulis. C'est le mécanisme d'orientation.

Le glider peut être séparé en trois parties principales :

Zone centrale ou zone sèche : cette zone, séparée des deux autres par les tapes étanches, est sans eau et contient tous les systèmes utiles au fonctionnement du glider : les batteries, l'électronique de commande, le vérin de ballastage, ...

Zone avant : elle est remplie d'eau par l'intermédiaire de perçages présents sur toute la périphérie de la coque. Le vérin de ballastage permet de faire varier le volume d'eau contenu dans cette zone, ce qui a pour conséquence de modifier le volume immergé du glider et donc son poids relatif par variation des forces d'Archimède. Elle comprend aussi une antenne GPS.

Zone arrière : cette zone, également remplie d'eau, contient tout le matériel de mesure nécessaire à la mission à réaliser.

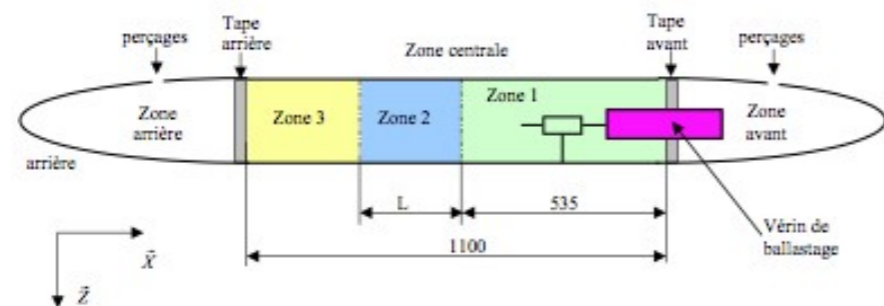


FIG. 2 – Coupe du glider

Le volume de la zone centrale du glider est fonctionnellement séparé en trois sous-zones dont une zone intermédiaire (zone 2) qui contient le système de contrepoids permettant la variation des angles de roulis et de tangage par déplacement du centre de gravité du glider.

Première partie : Mécanique des Milieux Continus

Cette partie s'intéresse au prédimensionnement de certains éléments du glider à l'aide d'outils de la Mécanique des Milieux Continus. Elle est composée de deux sections indépendantes.

Section 1.1 Dimensionnement du tube

On s'intéresse aux déformations du corps de l'engin sous l'action de la pression lorsqu'il est en position horizontale, à l'arrêt, en profondeur. Dans cette situation, on néglige les effets des ailes et des éléments situés à l'intérieur de l'engin (figure 3).

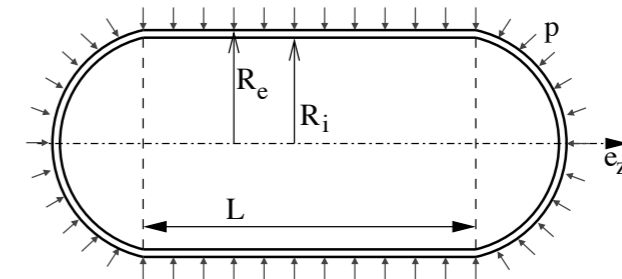


FIG. 3 – Coque sous pression

On adopte les notations suivantes dans un référentiel cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$, \vec{e}_z étant orienté selon l'axe d'avance du sous-marin :

- $\vec{u}(r, \theta, z) = u(r, \theta, z)\vec{e}_r + v(r, \theta, z)\vec{e}_\theta + w(r, \theta, z)\vec{e}_z$ est le champ de déplacement cherché,
- $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{z\theta}$ et σ_{rz} sont les composantes du tenseur des contraintes recherché,
- $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{r\theta}, \varepsilon_{z\theta}$ et ε_{rz} sont les composantes du tenseur des déformations qui s'expriment de la manière suivante :

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$2\varepsilon_{r\theta} = \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r}, \quad 2\varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad 2\varepsilon_{rz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}$$

On ne s'intéresse pas à la déformation des zones avant et arrière. On considère que celles-ci n'influent pas sur la déformation du cylindre mais elles lui transmettent les effets de compression axiale de l'engin dus à l'action de la pression sur ces zones. Cette compression axiale est représentée par une contrainte $\sigma_{zz} = cste = \sigma_a$ uniforme. On considère donc le corps étudié comme un tube creux de longueur L , de rayon intérieur R_i et de rayon extérieur R_e (figure 4).

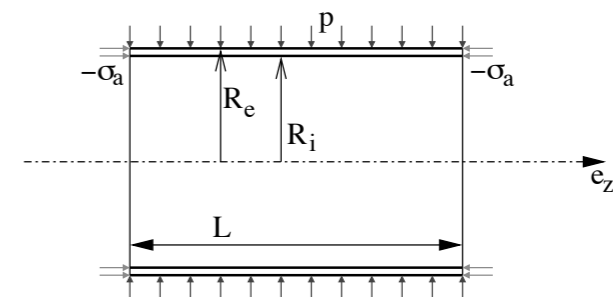


FIG. 4 – Modèle de calcul adopté pour le cylindre

On considère que le cylindre est soumis à la pression de l'eau mesurée relativement à la pression interne qui est supposée constante. Le cylindre est donc soumis à une pression extérieure donnée p et à une pression intérieure nulle.

Question 1.1.1 Donner les hypothèses qui, compte-tenu des caractéristiques du problème, permettent de choisir un champ de déplacement de la forme :

$$\vec{u}(r, \theta, z) = u(r)\vec{e}_r + w(z)\vec{e}_z$$

Pour cela reproduire le tableau ci-dessous et cocher les cases pour lier une hypothèse à un effet sur la forme du champ de déplacement.

Hypothèse / Effet	$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$	$v = 0$	$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$	$\frac{\partial w}{\partial r} = 0$
Sections droites restent planes				
Axi-symétrie				
Homogénéité axiale du modèle				

Question 1.1.2 En déduire la forme du tenseur des déformations exprimé dans le repère cylindrique.

Question 1.1.3 Sachant que λ et μ sont les coefficients de Lamé du comportement élastique du matériau, déterminer la forme du tenseur des contraintes.

Question 1.1.4 Montrer que la composante σ_{zz} est de la forme :

$$\sigma_{zz} = \lambda f(r) + (\lambda + 2\mu)g(z)$$

où f et g sont deux fonctions qu'on explicitera.

Question 1.1.5 Sachant que la contrainte σ_{zz} est constante, de valeur σ_a , montrer que les composantes de déplacement sont de la forme :

$$u(r) = \frac{a}{r} + br \quad \text{et} \quad w(z) = cz + d$$

où a , b , c et d sont des constantes à déterminer telle que : $2\lambda b + (\lambda + 2\mu)c = \sigma_a$

Question 1.1.6 Sachant que par définition du comportement élastique linéaire

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad ; \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad ; \quad \text{Tr } \varepsilon = \frac{1-2\nu}{E} \text{Tr } \sigma$$

Déterminer les expressions de σ_{rr} et $\sigma_{\theta\theta}$ en fonction de E , ν , a , b et σ_a .

Question 1.1.7 En utilisant les conditions aux limites, déterminer les expressions des constantes a et b en fonction de E , ν , p , σ_a , R_e et R_i . En déduire l'expression de la constante c .

Question 1.1.8 En réalisant l'équilibre d'une extrémité du corps de l'engin (figure 5), calculer la contrainte axiale σ_a en fonction de p , R_e et R_i .

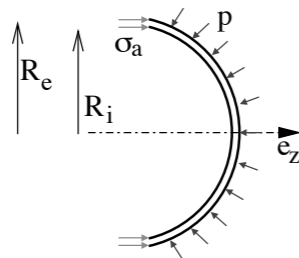


FIG. 5 – Partie du corps à isoler

Question 2.2.1 Déterminer, en fonction de Z_1 et Z_4 , nombres de dents des pignons (4) et (1), le rapport $\frac{\omega_e}{\omega_s}$ pour cette solution.

Question 2.2.2 Proposer une solution simple pour obtenir un rapport de réduction proche du rapport défini question 2.1.3.

Question 2.2.3 Sur le document réponse DR1, proposer un avant projet de solution correspondant au schéma de structure de la figure 9. Vous préciserez l'ensemble des informations utiles à la compréhension de votre solution et réaliserez les vues complémentaires nécessaires, éventuellement à main levée et/ou en 3D.

Section 2.3 Cotation fonctionnelle

Le palier (6) de la version initiale assure, en particulier, des fonctions de guidage avec les pièces (6) et (3).

Question 2.3.1 Pour le guidage avec (3) puis le guidage avec (6), vous détaillerez les contraintes fonctionnelles nécessaires à leur fonctionnement et mettez en place, pour chacune de ces contraintes, une spécification fonctionnelle justifiée. Ces spécifications seront représentées sur le document réponse 2.

Deuxième partie : Conception

Cette partie concerne l'étude et la reconception du mécanisme d'orientation du glider. Elle est composée de trois sections partiellement indépendantes

Section 2.1 Etude de la solution initiale

Le système actuel du mécanisme d'orientation du Glider est partiellement défini par les Documents 1 et 2.

Les flasques (1) et (2) sont solidaires du corps du Glider.

Question 2.1.1 Réaliser un schéma cinématique du système en prenant comme bâti les pièces solidaires du corps du Glider. Ce schéma doit modéliser les solutions technologiques et les systèmes de transformation de mouvement mis en œuvre pour déplacer la masse mobile du sous-marin. Les stators des moteurs et motoréducteurs ne seront pas représentés.

Question 2.1.2 Déterminer la mobilité cinématique et le degré d'hyperstatisme de votre schéma cinématique.

On note ω_e la vitesse de rotation du moteur de rotation (12) (vitesse de rotation de l'axe du moteur par rapport à son stator) et ω_s la vitesse de rotation de la masse mobile (9) par rapport au bâti.

Question 2.1.3 Déterminer, en fonction des données disponibles, le rapport $\frac{\omega_e}{\omega_s}$.

Section 2.2 Etude d'une nouvelle solution

L'évolution proposée consiste à intégrer le moteur de rotation (12) et le codeur de rotation (13) dans la masse mobile en rotation.

La figure 9 propose un schéma structurel de cette évolution pour la partie modifiée. Remarque : la numérotation des sous-ensembles cinématiques de cette figure ne correspond pas à la numérotation du plan d'ensemble.

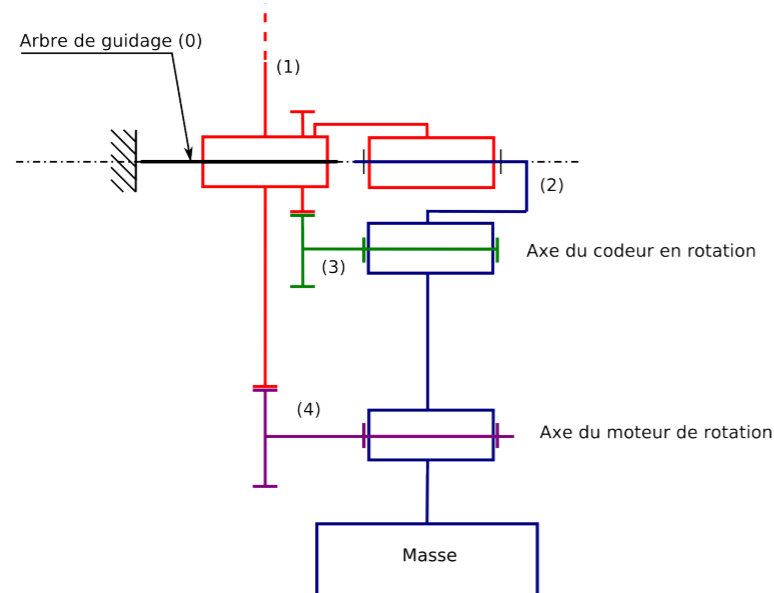


FIG. 9 – Schéma structurel de l'évolution proposée

Question 1.1.9 Montrer que les expressions analytiques des composantes de contrainte σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} en fonction de p , R_e et R_i , sont :

$$\sigma_{rr} = -\frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} p \left(1 - \left(\frac{R_i}{r}\right)^2\right) ; \quad \sigma_{\theta\theta} = -\frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} p \left(1 + \left(\frac{R_i}{r}\right)^2\right) ; \quad \sigma_{zz} = -\frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} p$$

Question 1.1.10 Donner les expressions analytiques des composantes de déplacement $u(r)$ et $w(z)$ en fonction de p , R_e , R_i , E , ν et d .

Question 1.1.11 Donner la variation de longueur ΔL du cylindre ainsi que sa variation de rayon intérieur ΔR_i .

Question 1.1.12 On appelle $V = \Pi R_i^2 L$ le volume intérieur du cylindre non déformé. Montrer que l'expression de la variation relative de volume $\Delta V/V$ en fonction de L , ΔL , R_i et ΔR_i lorsqu'on ne conserve que les termes du premier ordre est :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta R_i}{R_i}$$

Question 1.1.13 En déduire l'expression de la variation relative de volume en fonction de p , R_e , R_i , E , ν . Commenter la validité de ce résultat.

Question 1.1.14 Avec les données suivantes : $E = 2.10^5 MPa$, $\nu = 0.3$, $L = 1.1m$, $R_e = 150mm$, $R_i = 148mm$ et $p = 100.10^5 Pa$, une application numérique des résultats obtenus à la question précédente donne une variation de volume de 0.5%. Que pensez-vous de ce résultat ? Qu'a-t-on négligé dans la démarche suivie jusqu'à maintenant ?

Question 1.1.15 Dans le but de faire un dimensionnement aux risques de plasticité, exprimer la contrainte équivalente de Von Mises en tout point situé à une distance r de l'axe du cylindre. En quels points cette contrainte est-elle maximale et quelle est cette valeur maximale ?

Question 1.1.16 En utilisant les données de la question 1.1.13, on calcule une contrainte équivalente maximale de $650MPa$. Que pensez-vous de ce résultat. La plasticité est-elle le risque majeur pour cette application ?

Section 1.2 Prédimensionnement des ailes

On souhaite réaliser un prédimensionnement des ailes du glider en phase de vol à l'aide d'un modèle poutre de Bernoulli sous les hypothèses de la Résistance des Matériaux.

Dans un premier temps, on modélise une aile par une poutre de Bernoulli de longueur L et de section rectangulaire de largeur constante b_0 et de hauteur constante h (figure 6). Les points sur la poutre sont repérés par leur abscisse x . Pour modéliser la liaison avec le corps du glider, la poutre est encastree sur son extrémité située en $x = 0$ et libre de l'autre côté. L'aile est considérée comme pleine et on décrit son comportement par celui d'un matériau élastique homogène équivalent de module d'Young E .

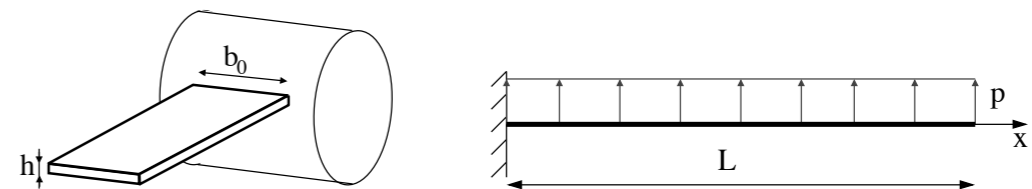


FIG. 6 – Première modélisation de l'aile et modèle poutre associé

On ne s'intéresse qu'aux déformations liées à la portance qui est modélisée par un effort proportionnel à la largeur de l'aile $p = a b_0$ réparti de manière uniforme sur la poutre, où a est un coefficient donné.

Question 1.2.1 Donner l'expression du moment quadratique I_z en tout point de la section en fonction de b_0 et h .

Question 1.2.2 Déterminer l'expression de l'effort tranchant T_y et du moment fléchissant M_{fz} en tout point de la poutre.

Question 1.2.3 En déduire l'expression de la flèche en tout point. Donner en particulier la valeur de la flèche en bout d'aile $v(L)$ en fonction de a , L , h et E .

Question 1.2.4 Calculer la contrainte équivalente de Von Mises. En quels points cette contrainte est-elle maximale ?

On envisage maintenant une aile de largeur variable. La largeur est répartie de la manière suivante : $b(x) = b_0 f(x)$. L'effort de portance réparti appliqué reste proportionnel à la largeur : $p(x) = ab(x)$. Dans un premier temps et afin de simplifier les calculs, on imagine une aile triangulaire. C'est-à-dire que :

$$f(x) = 2\left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

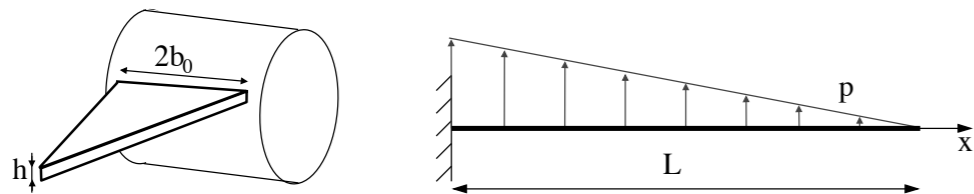


FIG. 7 – Seconde modélisation de l'aile et modèle poutre associé

Question 1.2.5 Donner l'expression du moment quadratique I_z en tout point de la section en fonction de b_0 , h et $f(x)$.

Question 1.2.6 Vérifier que la résultante des efforts appliqués sur l'aile est la même que celle appliquée à l'aile à largeur constante.

Question 1.2.7 Déterminer l'expression de l'effort tranchant T_y et du moment fléchissant M_{fz} en tout point de la poutre.

Question 1.2.8 Calculer la contrainte équivalente de Von Mises. En quels points cette contrainte est-elle maximale? Donner l'intérêt de cette forme d'aile d'un point de vue dimensionnement.

Dans le but d'utiliser des formes et profils d'aile plus appropriés au vol, une étude par élément finis est envisagée. Trois types de modélisations sont proposés. Un modèle poutre, un modèle plaque et un modèle 3D (figure 8).

Question 1.2.9 Reproduire la tableau ci-dessous et cocher les cases pour indiquer quel paramètre est à renseigner dans la définition du comportement mécanique dans un logiciel de calcul par éléments finis en fonction du type de modélisation adopté.

Paramètre / Modèle	Poutre	Plaque	Tridimensionnel
Module d'Young			
Coefficient de Poisson			
Epaisseur			
Moments quadratiques			
Aire de la Section			

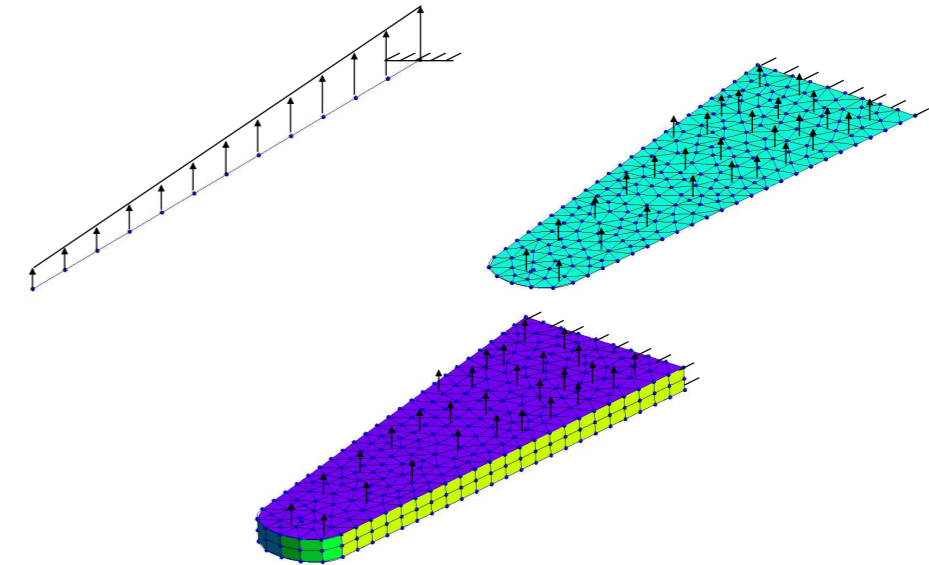


FIG. 8 – Trois types de modèle éléments finis envisagés : poutre, plaque et 3D

Question 1.2.10 Reproduire le tableau ci-dessous et cocher les cases pour indiquer quel type de résultat peut être donné par un logiciel de calcul par élément fini en fonction du type de modélisation adopté.

Résultat / Modèle	Poutre	Plaque	Tridimensionnel
Déplacement			
Rotation			
Torseur des Efforts Intérieurs			
Tenseur des Efforts Intérieurs			
Tenseur des Moments Intérieurs			
Tenseur des Contraintes			
Contrainte de Von Mises			
Torseur des Déformations			
Tenseur des Courbures			

Question 1.2.11 Dans la cas de la modélisation 3D et pour le maillage proposé en figure 8, quel type d'éléments finis préconisez-vous d'utiliser ?