

C39191

Ecole Normale Supérieure de Cachan

61 avenue du président Wilson
94230 CACHAN

Concours d'admission en 3^{ème} année
GÉNIE ÉLECTRIQUE
Session 2009

Épreuve de
SYSTÈMES ÉLECTRONIQUES ET ÉLECTROTECHNIQUES

Durée : **4 heures**

Aucun document n'est autorisé.

Aucun dictionnaire n'est autorisé.

L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé selon la circulaire n°99018 du 1^{er} février 1999. De plus, une seule calculatrice est admise sur la table, et aucun échange n'est autorisé entre les candidats. »

*L'épreuve est constituée de deux parties indépendantes (électrotechnique et électronique). **Les deux parties doivent obligatoirement être traitées et rédigées sur des feuilles séparées** ; il est suggéré aux candidats de consacrer deux heures à chacune des parties.*

PREMIERE PARTIE

ELECTROTECHNIQUE ET ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

La partie électrotechnique se compose de deux problèmes totalement indépendants mais déséquilibrés (environ $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$). Il est vivement recommandé de les traiter tous les deux.

1- TRANSFORMATEUR MONOPHASE HAUTE FREQUENCE

Hypothèses :

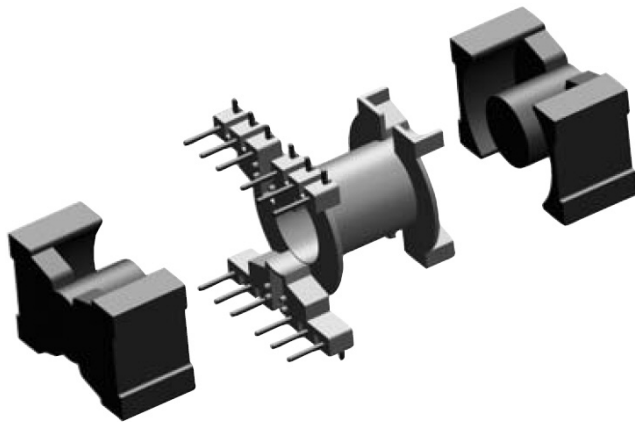
Le matériau magnétique du noyau est supposé linéaire jusqu'à une valeur de l'induction notée B_{sat} ou induction à saturation au-delà de laquelle on fera en sorte de ne pas fonctionner dans l'application considérée.

Le circuit magnétique, malgré une forme complexe, est assimilé à un circuit idéal de section constante A_e , de longueur moyenne l_e et de volume V_e .

La section bobinable, notée A_w , est définie comme la section brute que l'on peut remplir de la somme des sections de tous les conducteurs composant les bobinages au facteur de remplissage près noté k_w .

Caractéristiques du circuit magnétique :

Le circuit magnétique étudié est de type PQ (forme) et réalisée en ferrite (matériau). La figure ci-dessous (à gauche) représente les pièces principales, c'est-à-dire les deux parties du circuit magnétique proprement dit et la carcasse bobinable sur laquelle seront bobinés les enroulements du transformateur.



*Assemblage circuit magnétique et carcasse
Document Ferroxcube*



*Transformateur réalisé
Document Showwell Group*

Les caractéristiques du circuit magnétique (PQ 20/20), déterminées sur la base d'un circuit équivalent de section uniforme, sont les suivantes :

Section effective : $A_e = 62,6 \text{ mm}^2$

Longueur effective : $l_e = 45,7 \text{ mm}$

Volume effectif : $V_e = 2,86 \text{ cm}^3$

Section bobinable : $A_w = 36 \text{ mm}^2$

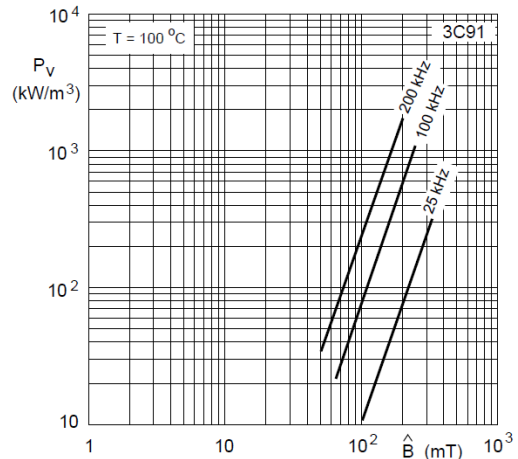
Longueur moyenne d'une spire primaire ou secondaire : $l_w = 12 \text{ mm}$

Matériau ferrite (3C91) :

Induction à saturation : $B_{sat} = 0,45 \text{ T}$

Perméabilité relative en zone linéaire (à 100kHz) : $\mu_r = 1640$

Les pertes fer volumiques identifiées en régime d'induction alternative sinusoïdale sont données en fonction de la fréquence et de l'amplitude de l'induction (valeur crête) sur la figure suivante :



Bobinage :

Il est constitué de deux enroulements concentriques, l'un primaire de n_1 spires et l'autre secondaire de n_2 spires. Les conducteurs des deux enroulements ont respectivement des sections s_1 et s_2 .

Le matériau conducteur employé est le cuivre dont la résistivité ρ à la température de fonctionnement est égale à : $2,1 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

Notations :

v_1 et v_2 tensions instantanées aux bornes respectivement des enroulements primaire et secondaire ;

V_1 et V_2 : valeur efficace des tensions v_1 et v_2 ,

\underline{V}_1 et \underline{V}_2 : notations complexes des tensions lors du fonctionnement en régime alternatif sinusoïdal,

Même principe de notations pour les courants primaire et secondaire : $i_1, i_2, I_1, I_2, \underline{I}_1$ et \underline{I}_2

Courant magnétisant : i_μ, I_μ et \underline{I}_μ ,

1- Fonctionnement en régime sinusoïdal alternatif pur

1.1- Schémas équivalents électriques d'un transformateur monophasé

Trois niveaux de modélisation évolutifs à complexité croissante sont proposés :

- Niveau 1 : Transformateur parfait

- Niveau 2 : Transformateur avec comme seule « imperfection », l'inductance magnétisante L_μ

- Niveau 3 : Transformateur avec inductance magnétisante, résistance R_{Fe} représentant les pertes fer dans le circuit magnétique, résistances des enroulements primaire R_1 et secondaire R_2 et inductance l_{2eq} globalisant les fuites magnétiques au secondaire.

Pour chacun des trois niveaux, et avec les conventions classiques de l'électrotechnique (convention récepteur côté primaire et générateur côté secondaire), donner les trois schémas équivalents correspondants en faisant figurer les tensions et courants dont les notations ont été précédemment définies.

1.2- Calcul des éléments du schéma équivalent à partir des données

Déterminer les expressions analytiques (en fonction des données géométriques et physiques) :

- du rapport de transformation m ;

- de l'inductance magnétisante L_μ ;

- des résistances R_1 et R_2 des bobinages primaire et secondaire en considérant que toutes les spires ont la même longueur moyenne ;

et numérique pour :

- la résistance R_{Fe} en considérant le transformateur à vide fonctionnant sous une tension efficace de 200V, à 100 kHz et 200 mT (On néglige l'influence de R_1 et on recommande de passer par le calcul des pertes fer volumiques p_{Fe})

1.3- Alimentation du primaire sous tension sinusoïdale

On considère le schéma équivalent du niveau 2.

1.3a- Calcul des nombres de spires n_1 et n_2 .

On souhaite alimenter le primaire sous une tension alternative v_1 sinusoïdale de 200 V efficaces à 100 kHz. Déterminer, en fonction des données du problème, l'expression du nombre de spires du primaire nécessaire pour que l'induction maximale soit égale à 0,2 T. Calculer ensuite sa valeur numérique (arrondir à la valeur entière la plus proche).

On demande d'écrire au préalable l'équation liant les expressions des grandeurs instantanées flux par spire ϕ à la tension appliquée v_1 .

Déterminer le nombre de spires du bobinage secondaire pour que la valeur efficace de la tension à vide au secondaire soit égale à 5,5 V.

1.3b- Calcul de l'inductance magnétisante L_μ :

Déterminer l'expression de L_μ puis sa valeur numérique.

1.3c- Calcul du courant magnétisant :

En utilisant l'expression de $v_1(t)$, déterminer l'expression temporelle de i_μ .

Calculer son amplitude.

Tracer le diagramme de Fresnel des grandeurs \underline{V}_1 (référence de phase), \underline{I}_μ et \underline{V}_2 .

1.3d- Fonctionnement en charge :

Le secondaire débite maintenant sur une résistance de 0,15 Ω , calculer les valeurs efficaces des courants i_2 et i_1 et compléter le diagramme de Fresnel précédent avec le courant \underline{I}_1 .

1.3e- Calcul des sections des conducteurs :

En supposant que le coefficient de remplissage en cuivre de la fenêtre bobinable est égal à 40% et que l'espace utile est occupé à moitié par chacun des bobinages primaire et secondaire, calculer la section des conducteurs puis les résistances R_1 et R_2 (bien qu'elles soient négligées à ce niveau de modélisation) de chacun des enroulements.

1.3f- Pertes et rendement :

Toujours dans le cadre des hypothèses du schéma de niveau 2 mais auquel on ajoute les résistances R_1 et R_2 (les chutes de tension qu'elles occasionnent sont toutefois négligées devant v_1 et v_2), déterminer les pertes par effet Joule et les pertes fer puis calculer le rendement.

2- Alimentation du primaire sous tension alternative en créneaux

La fréquence F vaut toujours 100 kHz, mais cette fois le primaire est alimenté par un onduleur en pont complet alimenté sous une tension U_{dc} égale à 200 V. Il est ainsi soumis à des créneaux pleine onde de valeur moyenne nulle.

2.1- Formes d'onde à vide :

Sur la base du schéma équivalent de niveau 2, donner les formes d'onde de la tension v_1 et du courant i_1 à vide.

Puis donner l'expression de la valeur crête du courant à vide et calculer sa valeur numérique si l'inductance magnétisante vaut 5 mH.

2.2- Formule de Boucherot en alimentation en créneaux de tension :

Déterminer l'expression liant la valeur efficace V_1 de la tension primaire à la valeur maximale B_M de l'induction dans le circuit magnétique, expression que l'on pourrait qualifier de formule de Boucherot en alimentation en créneaux de tension.

Calculer la valeur de l'induction maximale si le nombre de spires de l'enroulement primaire est égal à 36.

2.3- Formes d'onde en charge :

Le secondaire débite sur un pont de diodes débitant lui-même sur une charge inductive dont on considérera le courant parfaitement lissé et égal à I_0 .

Donner un schéma du système complet de la source de tension continue d'entrée U_{dc} à la source de courant de sortie I_0 .

Tracer les allures qualitatives des formes d'onde des courants secondaire i_2 et primaire i_1 avec la tension v_1 en précisant les valeurs maximales.

2- ENTRAINEMENT ELECTROMECHANIQUE

On souhaite entraîner une charge mécanique inertielle dans deux quadrants du plan couple vitesse avec possibilité d'inverser le signe du couple. L'alimentation électrique est constituée d'une source de tension continue réversible.

2.1- Convertisseur électronique de puissance

2.1a- Schéma :

Donner le schéma de la structure électronique de puissance qui permet d'alimenter un moteur à courant continu à aimants permanents consommant un courant I dans les deux quadrants souhaités.

2.1b- Modulation de largeur d'impulsion :

On appelle α le rapport cyclique principal de modulation des interrupteurs commandés du convertisseur précédent, sachant que la commande est complémentaire pour assurer un fonctionnement optimal.

Préciser exactement la séquence de commutation des interrupteurs commandés sur une période T de découpage.

Rappeler les expressions des valeurs moyennes de v_0 la tension de sortie et i_{dc} le courant d'entrée délivré par le convertisseur électronique de puissance.

2.2- Machine à courant continu à aimants

2.2a- Equations fondamentales en régime permanent (électrique et mécanique) :

On note $K\phi$ la constante de flux de la machine, R la résistance de l'induit, U et I respectivement la tension et le courant du bobinage d'induit et C_0 le couple de pertes de la machine.

Donner, en conventions récepteur électrique et moteur, les équations liant :

- d'une part la tension d'induit U à la vitesse angulaire de rotation Ω et au courant I ;
- d'autre part le couple mécanique C au courant I et au couple de pertes C_p .

On fera explicitement la différence entre le couple électromagnétique C_{em} et le couple mécanique C .

2.2b- Limites de fonctionnement :

On suppose que la fréquence de découpage est suffisante pour que le courant dans le moteur soit suffisamment bien lissé.

On note U_{dc} la tension de la source d'alimentation continue, I_{Max} la valeur limite (symétrique dans les deux quadrants) du courant contrôlable par le convertisseur et α_{Max} le rapport cyclique maximal de la modulation de largeur d'impulsion.

Déterminer, dans le plan couple mécanique C fonction de la vitesse angulaire Ω , les limites de fonctionnement du moteur dans les deux quadrants.

SECONDE PARTIE

- Electronique -

Le sujet d'Electronique comporte 2 exercices totalement indépendants (dans chacun de ces exercices, existent aussi des questions indépendantes les unes des autres).

Exercice A : Etude d'un oscillateur

On se propose d'étudier l'oscillateur dont le schéma est donné ci-dessous (voir figure 1). Ce montage fait intervenir deux circuits LC identiques (l'inductance L et le condensateur C seront supposés parfaits par la suite).

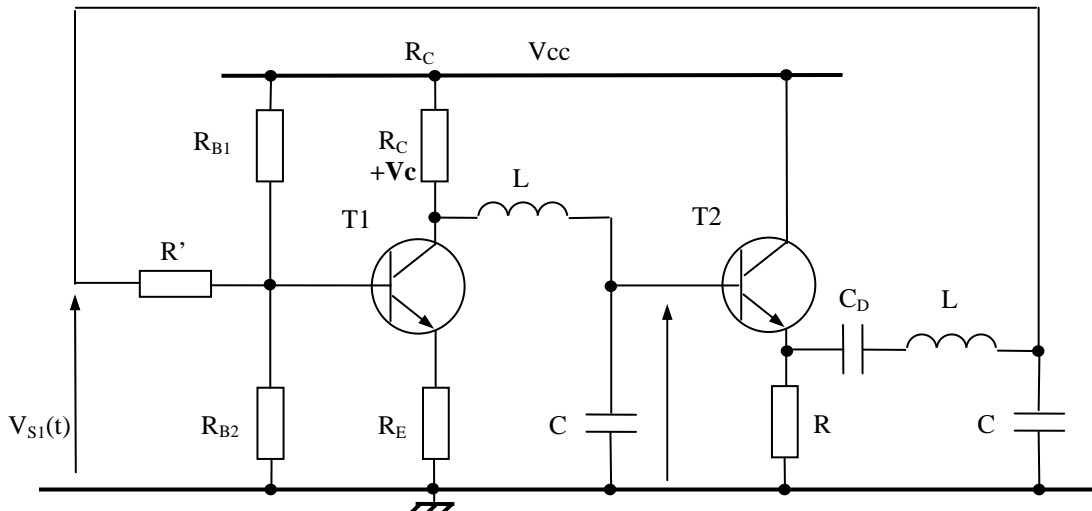


Figure 1.

Dans un premier temps, on ne va considérer que le circuit de la figure 2 donné ci-dessous (on y retrouve un des deux circuits LC de l'oscillateur de la figure 1).

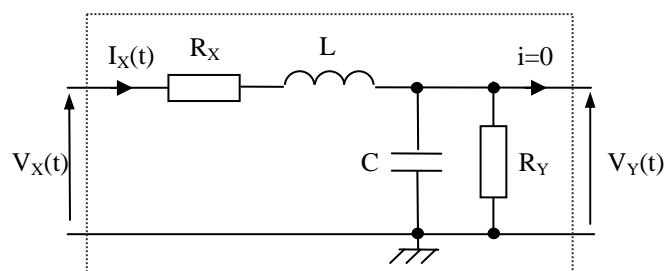


Figure 2.

- A.1/ Exprimer la fonction de transfert de ce quadripôle (c'est-à-dire $\underline{T} = \underline{V}_Y / \underline{V}_X$) en fonction de L, C, de la pulsation ω et des résistances R_X et R_Y .
- A.2/ On suppose que $R_X \ll R_Y$ (au moins d'un facteur 50), simplifier la fonction de transfert obtenue précédemment et la mettre sous une forme normalisée. Donner alors en fonction des éléments du montage les expressions du gain statique G_0 , de la pulsation propre ω_0 et du coefficient d'amortissement m . De quel type de filtre s'agit-il ?

- A.3/ On note ω_1 la pulsation pour laquelle la fonction de transfert \underline{T} est un imaginaire pur. Exprimer ω_1 en fonction des éléments du montage. Donner alors pour $\omega = \omega_1$, l'expression de la fonction de transfert ainsi que la valeur du déphasage.
- A.4/ On veut que le module de la fonction de transfert soit égal à 1 pour la pulsation ω_1 , que vaut alors la valeur de m ? En faisant ensuite intervenir la variable x (on aura $x^2 = L/C$), donner l'équation en x qui traduit module de \underline{T} égal à 1 pour $\omega = \omega_1$. Résoudre cette équation avec $R_X = 100 \Omega$ et $R_Y = 10 \text{ k}\Omega$. Par la suite, on prendra pour la valeur de x , c'est-à-dire le rapport $(L/C)^{1/2}$, la plus grande des valeurs obtenues précédemment.
- A.5/ Pour le second circuit LC (voir la figure 2), on a les mêmes valeurs pour L et C , par contre on a $R_X = 1 \text{ k}\Omega$ et $R_Y = 100 \text{ k}\Omega$, donner alors pour la pulsation ω_1 , la valeur du module de la fonction de transfert ainsi que la valeur du déphasage.
- A.6/ On s'intéresse maintenant à l'impédance \underline{Z} présentée par le circuit LC chargé par R_Y (cela revient ici à prendre le schéma de la figure 2 sans considérer la résistance R_X , puis d'exprimer le rapport \underline{V}_X sur \underline{I}_X). Donner alors l'expression de cette impédance en fonction la pulsation ω et des éléments L , C et R_Y .
- A.7/ Donner l'expression de \underline{Z} pour $\omega = \omega_0$ (voir le résultat « trouvé » à la question A.2/). Que reste-t-il si on suppose que $R_Y.C. \omega_0 \gg 1$ (au moins d'un facteur 20) ? Cette hypothèse étant vérifiée, de quelle nature est cette impédance à la pulsation ω_0 . Donner la valeur numérique obtenue en reprenant les résultats de la question A.4/.

Pour la suite, on considère le schéma complet de l'oscillateur de la figure 1. Les deux transistors bipolaires utilisés ont même référence et seront donc considérés comme parfaitement identiques (même gain statique β , même température θ , ...). Enfin l'ensemble est alimenté par une source de tension continue notée V_{CC} de valeur égale à 9 Volts.

- A.8/ Pour la polarisation (donc en continu), déterminer la valeur des potentiels au niveau de la base, de l'émetteur et du collecteur de T1, de la base et de l'émetteur de T2, ainsi que la valeur des courants de collecteur des deux transistors. Pour cela on considérera que le courant qui circule dans R_{B1} et R_{B2} est nettement supérieur au courant de base de T1 et que le courant de base de T2 est négligeable devant le courant circulant dans R_C .

Pour les applications numériques, on prendra pour T1 et T2 : $\beta = 200$ et $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$. Sinon on prendra pour les résistances du montage : $R' = 1 \text{ k}\Omega$, $R_{B1} = 30 \text{ k}\Omega$, $R_{B2} = 10 \text{ k}\Omega$, $R_E = 390 \Omega$, $R_C = 1 \text{ k}\Omega$ et $R = 470 \Omega$.

On ne considère maintenant que la partie du montage construite autour de T1, soit pour la suite le montage de la figure 3 donné ci-contre (on a toujours β qui vaut 200). On suppose également que \underline{Z} est réelle et qu'elle vaut $10 \text{ k}\Omega$.

- A.9/ De quel type de montage « classique » s'agit-il (ou est-ce proche) ? Donner alors le schéma équivalent petits signaux basse fréquence pour l'ensemble du montage de la figure 3 sachant que l'on prendra pour le transistor son schéma petits signaux le plus simple (modèle basse fréquence ne faisant intervenir ni résistance émetteur-collecteur, ni résistance d'accès à la base, ni capacités parasites inter-électrodes).

Donner alors la valeur numérique du terme noté h_{11} (aussi noté r_{be} ou r_{π} par d'autres auteurs) sachant que le courant de base vaut $20 \mu A$ et que la température θ vaut 25° .

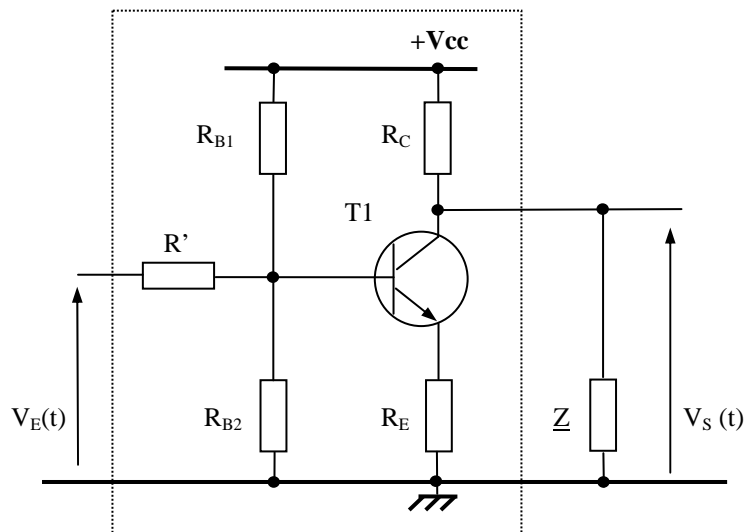


Figure 3.

A.10/ Exprimer alors l'amplification du montage à vide (donc sans l'impédance Z), l'impédance d'entrée et l'impédance de sortie à partir du schéma petits signaux trouvé précédemment. Faire les applications numériques. Préciser alors ce que deviendrait l'amplification à vide (formule et valeur numérique), si on avait R' qui était nulle.

En régime de variations (petits signaux), on peut représenter le montage de la figure 1 de la façon suivante (voir figure 4 donnée ci-dessous) :

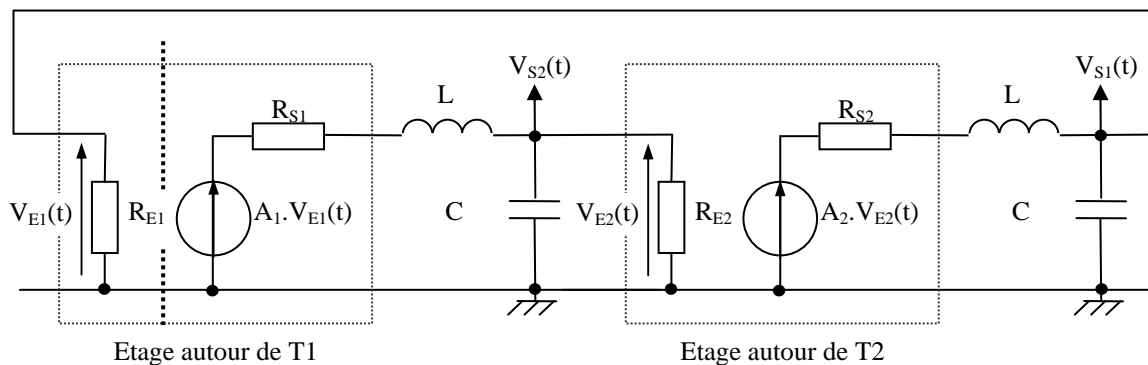


Figure 4.

A11/ On ouvre la boucle au niveau de l'étage construit autour de T1 (trait vertical en pointillé), exprimer l'amplification de boucle ouverte à la pulsation ω_1 (voir les premières questions), c'est-à-dire V_{S1} par rapport au terme $A_1 \cdot V_{E1}$. Quelle est la condition sur cette amplification pour que le montage soit oscillant en boucle fermée (expliquer en quelques mots et donner la valeur limite de l'amplification) ?

A.12/ Le montage est bouclé sur lui-même, donner (sans rentrer dans les calculs), la valeur de la fréquence des oscillations sachant que A_1 vaut $-0,4$ et que A_2 vaut 1 (on prendra $R_{S1} = 1 \text{ k}\Omega$, $R_{E2} = 100 \text{ k}\Omega$, $R_{S2} = 100 \Omega$ et $R_{E1} = 10 \text{ k}\Omega$). Que peut-on dire du déphasage entre les deux signaux au niveau des cellules LC, c'est-à-dire $V_{S1}(t)$ et $V_{S2}(t)$?

Exercice B : Etude d'un circuit déphaseur

On considère le montage donné ci-dessous (voir figure 5) pour lequel on suppose dans un premier temps que l'amplificateur opérationnel est parfait.

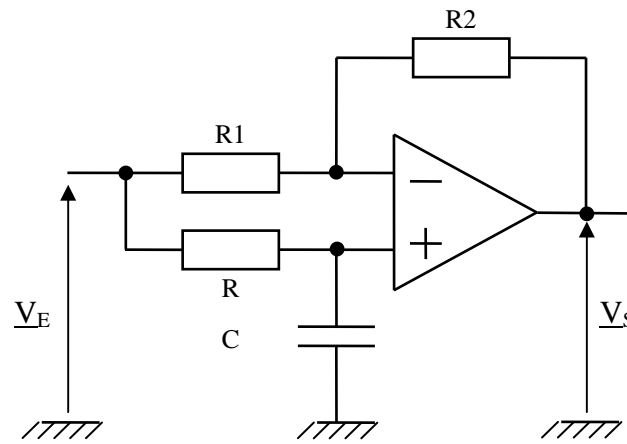


Figure 5.

- B.1/ Calculer la fonction de transfert de ce montage, c'est-à-dire $\underline{V}_S/\underline{V}_E$. Quelle condition doit-on vérifier sur les résistances R1 et R2 pour que cette fonction de transfert corresponde à celle d'un déphaseur pur ?
- B.2/ La condition précédente étant vérifiée, donner l'expression du déphasage φ (argument de \underline{V}_S moins argument de \underline{V}_E) en fonction de la pulsation d'entrée ω et du produit RC. Donner alors la valeur numérique du produit RC, si on veut que pour une fréquence de 300 kHz, le déphasage φ soit de -90° .

On suppose maintenant que la condition vue à la question B.1/ est parfaitement vérifiée. Par contre, on suppose que l'amplificateur opérationnel ne présente plus un gain infini. On a alors pour la fonction de transfert de ce dernier (on ne tiendra pas compte ici des autres imperfections, en particulier, on supposera que les courants d'entrées sont toujours nuls) :

$$\underline{V}_S / \underline{\varepsilon} = A_0 / (1 + j.\omega/\omega_C)$$

où \underline{V}_S est la tension de sortie de l'AOp, le terme $\underline{\varepsilon}$ la tension différentielle d'entrée de l'AOp (entre entrée non inverseuse et inverseuse), A_0 est le gain statique qui vaut 200 000 et ω_C la première pulsation de coupure (égale à 94,25 rad/s ici).

- B.3/ Recalculer la fonction de transfert du montage et donner alors la valeur du déphasage φ et du module à la fréquence de 300 kHz, la constante de temps RC étant toujours égale à celle trouvée à la question B.2/.

L'étude précédente nous montre qu'il n'est pas si simple d'avoir exactement un déphasage φ de -90° à la fréquence considérée (ici 300 kHz). On s'intéresse alors au montage donné-ci contre (voir figure 6) qui fait intervenir un multiplieur analogique (tension de sortie = k.x.E). On supposera ici que la tension E est parfaitement continue et constante.

- B.4/ Donner la fonction de transfert de ce montage (l'AOp est de nouveau supposé idéal et de gain infini). Exprimer alors le déphasage φ en fonction du produit RC, de la constante k et de la valeur E.

B.5/ On souhaite avoir à 300 kHz et pour $E = 5$ Volts, le déphasage φ égal à -90° , donner alors la valeur numérique du produit RC (sachant que $k = 1/10$).

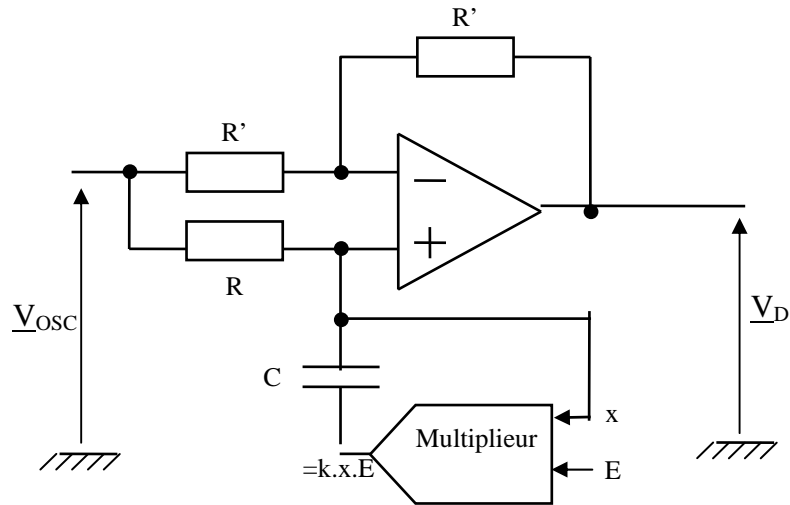


Figure 6.

B.6/ Pour une fréquence de 150 kHz et une fréquence de 1 MHz, quelles valeurs devra-t-on donner à E si on veut que le déphasage soit toujours de -90° (on suppose ici que l'amplificateur opérationnel est parfait) ?

-----**FIN DE CETTE PARTIE**-----