

THÈSE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE NORMALE
SUPÉRIEURE RENNES

ÉCOLE DOCTORALE N° 601
*Mathématiques et Sciences et Technologies
de l'Information et de la Communication*
Spécialité : « *Mathématiques et leurs interactions* »

Par

« Grégoire BARRUÉ »

« Approximation diffusion pour des équations dispersives »

Thèse présentée et soutenue à « ENS Rennes », le « 07/07/2022 »

Unité de recherche : « IRMAR »

Rapporteurs avant soutenance :

Guillaume Dujardin Chargé de recherches, INRIA Lille
Svetlana Roudenko Professeure, Florida International University (USA)

Composition du Jury :

Examinateurs :	Guillaume Dujardin Svetlana Roudenko Charles-Edouard Bréhier Miguel Rodrigues	Chargé de recherches, INRIA Lille Professeure, Florida International University (USA) Chargé de recherches CNRS, Université de Lyon 1 Professeur, Université de Rennes 1
Dir. de thèse :	Arnaud Debussche	Professeur, ENS Rennes
Co-dir. de thèse :	Anne De Bouard	Directrice de recherches, Ecole Polytechnique

Titre : Approximation diffusion pour des équations dispersives

Mot clés : Approximation diffusion, équation de Schrödinger non linéaire, système de Zakharov, schémas AP

Résumé : Cette thèse porte sur des problèmes d'approximation diffusion. On s'intéresse plus particulièrement à l'équation de Schrödinger avec une non linéarité de type puissance, perturbée par un potentiel aléatoire. On montre la convergence en loi de la solution de cette équation vers celle d'une équation de Schrödinger stochastique, dirigée par un processus de Wiener. On étudie également le système de Zakharov stochastique,

et l'on se sert de la méthode de la Fonction Test Perturbée pour prouver une convergence vers une équation de Schrödinger cubique stochastique. Enfin, on s'intéresse à la notion de schémas numériques préservant l'asymptotique. On propose alors un schéma numérique approchant la solution du système de Zakharov stochastique, qui converge vers un schéma numérique approchant la solution de l'équation de Schrödinger stochastique limite.

Title: Approximation diffusion for dispersive equations

Keywords: Approximation diffusion, Nonlinear Schrödinger equation, Zakharov system, AP schemes

Abstract: This thesis deals with approximation diffusion problems. More precisely we study the Nonlinear Schrödinger equation with a random potential. We prove that the solution of this equation converges in distribution to the solution of a stochastic Nonlinear Schrödinger equation, driven by a Wiener process. We also study the stochastic Zakharov system, and we use the Perturbed test Function method to prove the convergence of the

solution of this system to the solution of a cubic stochastic Schrödinger equation. Finally we study the theory of Asymptotic Preserving numerical schemes. We present a numerical scheme which approximates the solution of the stochastic Zakharov system, and which converges to a numerical scheme approximating the soluton of the limiting stochastic Schrödinger equation.