

SUJET DE DROIT CIVIL

DURÉE: 4 HEURES

L'usage de toute calculatrice est interdit

Aucun document n'est autorisé

Les candidats traiteront le sujet suivant :

« Les prérogatives du propriétaire »

ÉPREUVE DE LANGUES

DURÉE: 2 HEURES

L'usage de toute calculatrice est interdit

Pour cette épreuve, un dictionnaire bilingue est autorisé.

Les candidats doivent **obligatoirement** traiter le sujet qui correspond à la langue qu'ils ont **IRRÉVERSIBLEMENT** choisie au moment de l'inscription.

ALLEMAND

I. VERSION

Traduire en français le texte ci-dessous :

ZUSAMMENSCHLUSS

Die Gespräche stehen erst am Anfang, noch suchen die Beteiligten nicht die große Öffentlichkeit. Hinter den Kulissen aber sind die Verhandlungen bereits weit fortgeschritten. In der vergangenen Woche folgte die erste Vereinbarung: Einem Bericht der englischen Tageszeitung "Observer" zufolge wollen die IG Metall, die größte britische Gewerkschaft Amicus und zwei US-Gewerkschaften künftig enger zusammenarbeiten. Auf diese Weise wollten sie verhindern, von den multinationalen Konzernen weiterhin gegeneinander ausgespielt zu werden.

„Unser Ziel ist es, eine kraftvolle Bewegung ins Leben zu rufen, die über die Grenzen hinweg den Herausforderungen des weltweit agierenden Kapitals begegnet“, sagte Amicus-Generalsekretär Derek Simpson der Zeitung. Amicus verhandelt zurzeit über den Zusammenschluss mit der Transportgewerkschaft Transport & General Workers' Union, die dann rund zwei Millionen Mitglieder hätte. Würde die Kooperation mit den Deutschen und den US-Kollegen gelingen, so wären rund 6,3 Millionen Arbeiter unter einem Dach vereint.

Der Weg dahin wird aber bestimmt nicht einfach, denn bislang laufen die - national ausgerichteten - Interessen der Arbeiter durchaus nicht immer in die gleiche Richtung. Englische Gewerkschaften etwa beklagten immer wieder, dass die Konzerne nicht selten zuerst in Großbritannien Arbeitsplätze abbauten, weil dort die Schutzbestimmungen am geringsten ausgeprägt seien, berichtet der "Observer". Fest steht, dass die heutige Entwicklung darauf hinausläuft, die niedrigsten Sozialstandards zum allgemein gültigen Maßstab zu machen.

SPIEGEL ONLINE - 31. Dezember 2006

II. QUESTION

Répondre en allemand à la question suivante en 100 mots :

Meinen Sie, dass die Gewerkschaften in der globalisierten Wirtschaft immer noch eine Rolle spielen können ?

ANGLAIS

I. VERSION

Traduire en français le texte ci-dessous :

Government ‘can’t rein in the airlines’

By Tom Mellen

GREEN Party MEP Caroline Lucas told Environment Minister Ian Pearson to resign yesterday after his admission that the government lacks the guts to stand up to the aviation lobby.

Mr Pearson branded anti-union budget carrier Ryanair “the irresponsible face of capitalism” over belligerent boss Michael O’Leary’s refusal to take climate change seriously. Mr Pearson went on to moan that the aviation lobby was not “playing ball” over tackling climate change.

“It simply beggars belief that he is bemoaning the strength of the airlines’ lobbyists, admitting that the government isn’t up to the job of facing down unelected industrial apologists,” Ms Lucas said.

Green spokesman Ben Duncan pointed out that it is in the power of the government to curb emissions from air travel immediately. “Boosting taxes on the airline industry would make an immediate impact,” Mr Duncan pointed out, adding that many businessmen regularly commute by air because it is a cheaper option than rail.

Friends of the Earth aviation campaigner Richard Dyer said: “Plans to allow UK airports to be expanded should be scrapped and the multibillion-pound tax breaks that the sector receives must end. Four-fifths of all UK trips abroad are within Europe. Many of these destinations could easily be reached by rail.”

Adapted from *Morning Star*, 6 January 2007.

II. QUESTION

Répondre en anglais à la question suivante en 100 mots :

What are the pros and cons of a ‘polluters pay’ policy?

ESPAGNOL

I. VERSION

Traduire en français depuis « *Porto Alegre, estandarte...* » jusqu'à « *...huir de la catástrofe.* »

Norte y Sur

Todos los años por estas fechas el mundo escenifica la división entre quienes tienen el poder y quienes lo cuestionan; entre quienes construyen los pilares del mercado global y los que sueñan que otro mundo es posible. El foro económico de Davos y el foro social de Porto Alegre se han convertido en las caras opuestas de la misma moneda: norte y sur, riqueza y pobreza, poder y exclusión. En el imaginario todo contribuye a presentarlos como polos opuestos, antagónicos, y, sin embargo, en un mundo donde las principales instituciones internacionales no son capaces de hacer frente a los retos globales, Davos y Porto Alegre se han consolidado como pantallas y espacios de reflexión de un mundo que necesita ideas nuevas.

Porto Alegre, estandarte donde algunos soñadores nos han recordado que la economía no se puede desvincular de otros retos globales como la protección ambiental, las desigualdades y la preocupación por los derechos humanos, cede ahora el testigo a Nairobi. No faltan voces que presagian que el proceso languidece. Pero en todo caso, ya que el mundo actual se obstina en hacernos espectadores sólo de lugares donde somos tristemente protagonistas, este nuevo escenario en el corazón de África, al que desde ayer acuden miles de activistas de todo el mundo, abre una ventana para devolver la voz a un continente olvidado y traerlo de nuevo al centro del debate político.

Por injusto que pueda parecer, cuando mencionamos el continente negro de manera genérica, nos referimos a una idea común que concentra buena parte de las tragedias de la humanidad contemporánea: pobreza, hambruna, conflictos, éxodos, inmigración clandestina, sida... La distancia que nos separa de África no es de kilómetros, sino de siglos. Este continente ha perdido su proximidad en nuestra lista de preocupaciones. Por eso irrumpe en el corazón de la actualidad sólo cuando las noticias son malas. Cuando no lo son, la presencia africana en los medios es escasa y forma parte de unas sombras tan oscuras como la piel de su gente. En la era de la globalización, salvo raras excepciones, ninguno de los países antiguamente colonizados ha logrado un nivel de desarrollo aceptable. ¿Tenemos alguna responsabilidad? Aunque pensamos que no, que sus problemas nos son ajenos, la realidad apunta que de persistir las desigualdades económicas no habrá valla infranqueable para quienes intenten huir de la catástrofe. Y la inseguridad, que hoy nos preocupa, será incontrolable. Hay razones para actuar. El foro social en Nairobi nos enseña que allá, como aquí, hay también gente que lucha por sus derechos y su dignidad; por eso mientras Occidente se refiere a África siempre con pesimismo, conviene empezar a escuchar las voces que vienen de allá abajo.

Rafael Vilasanjuan *El Periódico de Catalunya* 21/01/2007

II. Question

Répondre en espagnol à la question suivante en 100 mots.

¿Le parece a usted que Occidente tiene « alguna responsabilidad en la situación de los países del Sur ?
Precise usted cuáles son las « razones para actuar » a las que alude el articulista.

ITALIEN

I. VERSION

Traduire en français le texte ci-dessous de « *Ciò produrrà... » jusqu'à la fin.*

Un passo avanti, ma per la completa liberalizzazione passeranno altri otto anni

I principi delineati dal Governo per i distributori di benzina erano già stati esaminati - e scartati per timidezza - otto anni fa dall'allora ministro dell'Industria Pierluigi Bersani e dall'allora sottosegretario Umberto Carpi. Principi che possono essere riassunti in quattro concetti: nessun vincolo di distanza minima tra i distributori; nessun vincolo sulle merci che possono essere vendute dal negozio (o dal bar) del distributore; già al casello dell'autostrada mettere un tabellone con i prezzi praticati dalle aree di servizio sul percorso; facilitazione per la costruzione di distributori nei piazzali degli ipermercati.

Queste decisioni piacciono più ai consumatori che ai benzinai, i quali temono la concorrenza dei carburanti a basso prezzo degli ipermercati. Per la verità, già oggi è possibile costruire i distributori con il marchio della catena di supermercati, sul modello di quanto succede in Francia. Esistono già in Italia i distributori di carburanti con le insegne Auchan, Leclerc-Conad, Carrefour. Comprano la benzina e il gasolio direttamente in raffineria.

Ciò produrrà sui carburanti lo stesso effetto che si è visto negli altri settori del commercio, dove molti negozi di prossimità hanno chiuso (o hanno cambiato settore d'attività) sostituiti dai supermercati di zona e dagli ipermercati. Così la concorrenza renderà poco convenienti molti dei benzinai più piccoli. Ciò non significa che tutti i piccoli spariranno: rimarranno i distributori piccoli e più cari la cui presenza ha comunque un significato in termini di domanda.

Come avviene oggi con il panettiere o il fruttivendolo, domani il consumatore potrà scegliere tra la comodità e il servizio curato del benzinai vicino a casa, più caro; oppure se risparmiare e rifornirsi da un anonimo, lontano ma economico ipermercato.

L'apertura delle tabelle merceologiche - cioè la possibilità di vendere prodotti diversi dai soliti carburanti, lubrificanti, deodoranti e panni di finto daino - punta a dividere su più servizi la fonte di guadagno del distributore, in modo da ridurre il margine di ricavi dei soli carburanti e fare scendere così il prezzo del rifornimento. La tendenza è verso il distributore alla tedesca: in Germania il negozio del benzinai è sempre aperto, e anche a notte fonda si può comprare latte fresco. Perché la liberalizzazione sia completa, il ministro Bersani dovrebbe abbandonare ogni timidezza e togliere ai benzinai anche i vincoli sugli orari d'apertura. Ma si scatenerebbero contro tutte le altre categorie commerciali. Forse per avere la liberalizzazione completa dovranno passare altri otto anni.

Jacopo Giliberto, *Attualità ed Esteri, IlSole24ore.com*, 26 giugno 2007, www.ilsole24ore.com

II. QUESTION

Répondre en italien à la question suivante en 100 mots :

Come valuti gli effetti della liberalizzazione ?

RUSSE

I. VERSION

Traduire en français le texte ci-dessous :

Сталин

Мы знаем, что политические деятели приходят к власти разными путями. Самый простой путь – получить ее по наследству, но часто из этого ничего хорошего не получается, потому что мало просто прийти к власти, властью нужно еще уметь правильно распорядиться. Управление государством – это деятельность, которая требует особого таланта, а талант по наследству не передается. Примеров, подтверждающих это, множество.

Приведу другой пример из русской истории. В Смутное время к власти пришел Гришка Отрепьев и стал царем. И что из этого вышло?.. Фарс! А в иное «смутное время» пришел к власти Иосиф Виссарионович Джугашвили – и вышла трагедия!

То есть человек, который добивается власти любыми средствами, должен обладать определенными качествами для того, чтобы эту власть удержать и с толком использовать. Если рассматривать Сталина с этой точки зрения, был ли у него талант чтобы добиться власти и ее удержать? Совершенно очевидно, что был. Другое дело – какими способами он ее добивался и как использовал, то есть – какова мораль этой власти?

Очень быстро Сталин сумел добиться абсолютной власти – он был изощреннейший интриган, подобного которому в истории человечества, на мой взгляд, вообще не было... Затем он сумел самостоятельно практически с нуля заново сконструировать страну.

И чем закончился этот пафосный и жесточайший социальный проект? Тем, что сейчас мы с вами живем в стране, которая потеряла свое громкое в недавнем прошлом название – СССР, а мы сами и вокруг нас – лишь разновеликие обломки бывшей великой державы.

Б.С. Илизаров «Образ Сталина. Взгляд из XXI века» Санкт-Петербург, 2006

II. QUESTION

Répondre en russe à la question suivante en 100 mots :

Как Вы оцениваете роль Сталина в истории русского народа?

ÉPREUVE A OPTIONS

DURÉE: 4 HEURES

L'usage de toute calculatrice est interdit

Aucun document n'est autorisé

Les candidats doivent **obligatoirement** traiter le sujet qui correspond à l'option qu'ils ont **IRRÉVERSIBLEMENT** choisie au moment de l'inscription.

COMPOSITION DE DROIT COMMERCIAL

La commémoration du bicentenaire du Code de commerce

DROIT PUBLIC

L'exercice du pouvoir réglementaire en France

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET STATISTIQUES

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Exercice 1.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^n(x^2 + 4)}{x(x^n + 1)}.$$

1. Expliciter la fonction.

2. Après avoir chercher les asymptotes de f et étudier ses variations tracer le graphe de la fonction f .

Exercice 2.

1. Montrer l'égalité suivante :

$$\frac{k^2 + k + 1}{(k+1)!k(k+1)} = \frac{1}{k!k} - \frac{1}{(k+1)!(k+1)}$$

2. Explicitez et calculez la somme suivante :

$$\sum_{k=1}^n \frac{k^2 + k + 1}{(k+1)!k(k+1)}$$

Exercice 3.

90% des employés d'une grande entreprise sont syndiqués. La distribution du salaire annuel parmi ces employés syndiqués peut être approchée par une loi normale de moyenne 35 123\$ euros et d'écart-type 4 287 euros alors que la distribution du salaire annuel parmi les employés non syndiqués peut être approchée par une loi normale de moyenne 51 325 euros et d'écart-type 8 012 euros.

- a) On prélève au hasard un employé parmi les employés syndiqués de l'entreprise. Quelle est la probabilité pour que le salaire annuel de cet employé soit de 40 000 euros ou plus ?
- b) On prélève au hasard un employé parmi les employés non syndiqués de l'entreprise. Quelle est la probabilité pour que le salaire annuel de cet employé soit de 40 000 euros ou plus ?
- c) On prélève au hasard un employé dans l'ensemble des employés de l'entreprise. Quelle est la probabilité pour que le salaire annuel de cet employé soit de 40 000 euros ou plus ?
- d) On prélève au hasard un employé dans l'ensemble des employés de l'entreprise et on observe que son salaire annuel est inférieur à 40 000\$. Sachant cela, quelle est la probabilité pour que cet employé soit syndiqué?

Exercice 4.

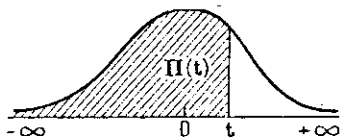
1. Soit $\alpha \in]0;1[$.

Etudier les variations de la fonction f définie par $f(x) = x^\alpha - \alpha x$, où $x > 0$.

2. Soient A et B deux réels strictement positifs. Soient p et q deux réels strictement supérieurs à 1. En posant $x = \frac{A}{B}$ et $\alpha = \frac{1}{p}$ montrer que :

$$A^{\frac{1}{p}} B^{\frac{1}{q}} \leq \frac{A}{p} + \frac{B}{q}$$

1. TABLE DE LA LOI DE LAPLACE-GAUSS
(Probabilité de trouver une valeur inférieure à x)



$$\pi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-t^2/2} dt$$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE X

x	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
F(x)	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota — La table donne les valeurs de $F(x)$ pour x positif. Lorsque x est négatif, il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemples: pour $x = 1,37$ $F(x) = 0,9147$
pour $x = -1,37$ $F(x) = 0,0853$

**COMPOSITION SUR UN SUJET
D'ORDRE ÉCONOMIQUE ET SOCIAL**

DURÉE: 4 HEURES

L'usage de toute calculatrice est interdit

Aucun document personnel n'est autorisé

Les candidats traiteront le sujet suivant :

L'action de l'Etat est-elle encore efficace ?

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUES

DURÉE: 4 HEURES

Aucun document n'est autorisé.

L'usage de toute calculatrice est interdit

Le sujet comporte 5 pages

Les trois exercices sont indépendants.

Notations générales :

Soit $(B_n)_{n \geq 1}$ une suite de sous-ensembles d'un ensemble \mathcal{X} .

On note $\bigcup_{n \geq 1} B_n = B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup \dots \cup B_n \cup \dots$.

De même on note $\bigcap_{n \geq 1} B_n = B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap \dots \cap B_n \cap \dots$.

Exercice 1

On considère $N + 1$ boules numérotées de 0 à N et $N + 1$ urnes numérotées de 0 à N . L'urne numéro k contient k boules rouges et $N - k$ boules blanches. On choisit une urne au hasard. Sans connaître le numéro de cette urne, on fait des tirages avec remise d'une boule dans cette urne.

On pose $S_{n,N} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left(\frac{k}{N}\right)^n$.

1. Questions préliminaires:

(a) Calculer $S_{1,N}$.

(b) Montrer que $\sum_{k=0}^N k^2 = N(N+1)(2N+1)/6$.

(c) En déduire la valeur de $S_{2,N}$.

(d) En utilisant la comparaison avec une intégrale, justifier les inégalités suivantes

$$S_{n,N} < \frac{1}{n+1} < S_{n,N} + \frac{1}{N}.$$

2. Sachant que les n premiers tirages ont amené une boule rouge, on note $p_{n,N}$ la probabilité que le $n+1$ -ème tirage amène encore une boule rouge. Exprimer $p_{n,N}$ en fonction de $S_{n,N}$ et $S_{n+1,N}$.

3. Calculer explicitement $p_{1,N}$.

4. Calculer la limite de $p_{n,N}$ lorsque N tend vers l'infini.

5. On note X la variable aléatoire égale au numéro de l'urne choisie.

(a) Quelle est la loi de X ?

(b) Déterminer la loi de X conditionnellement à l'évènement "les n premiers tirages ont amené une boule rouge".

(c) Exprimer l'espérance de cette loi conditionnelle en fonction de $S_{n,N}$ et $S_{n+1,N}$.

Exercice 2

Soit \mathcal{X} un ensemble. On note $\mathcal{P}(\mathcal{X})$ l'ensemble des parties de \mathcal{X} , c'est-à-dire l'ensemble constitué de tous les sous-ensembles de \mathcal{X} , y compris l'ensemble vide et \mathcal{X} lui-même.

Soit B un sous-ensemble de \mathcal{X} , on note B^c le complémentaire de B dans \mathcal{X} .

On appelle \mathcal{A} une algèbre de parties de \mathcal{X} , un sous-ensemble de $\mathcal{P}(\mathcal{X})$ (c'est à dire un ensemble de sous-ensembles de \mathcal{X}) tel que :

- $\emptyset \in \mathcal{A}$;

- Si $A \in \mathcal{A}$ alors $A^c \in \mathcal{A}$;
- Si A et B appartiennent à \mathcal{A} , alors $A \cup B \in \mathcal{A}$.

On appelle \mathcal{A} une σ -algèbre de \mathcal{X} un sous-ensemble de $\mathcal{P}(\mathcal{X})$ tel que :

- $\emptyset \in \mathcal{A}$;
- Si $A \in \mathcal{A}$ alors $A^c \in \mathcal{A}$;
- Si $(A_n)_{n \geq 1}$ est une suite d'éléments de \mathcal{A} alors $\bigcup_{n \geq 1} A_n \in \mathcal{A}$.

• Questions préliminaires

1. $\mathcal{P}(\mathcal{X})$ est-elle une algèbre de parties de \mathcal{X} ?
2. Une σ -algèbre de \mathcal{X} , est-elle une algèbre de parties de \mathcal{X} ?
3. $\mathcal{P}(\mathcal{X})$ est-elle une σ -algèbre de \mathcal{X} ?
4. Soit \mathcal{A} une algèbre de parties de \mathcal{X} . Soient A et $B \in \mathcal{A}$, a-t-on $A \cap B \in \mathcal{A}$?
5. Soit \mathcal{A} une algèbre de parties de \mathcal{X} . A-t-on $\mathcal{X} \in \mathcal{A}$?
6. Soit \mathcal{A} une σ -algèbre de \mathcal{X} . Soit $(A_n)_{n \geq 1} \in \mathcal{A}$, a-t-on $\bigcap_{n \geq 1} A_n \in \mathcal{A}$?

• Applications

1. Soit l'ensemble $\mathcal{X} = \{-2; 5\}$.
 - (a) Construire $\mathcal{P}(\mathcal{X})$.
 - (b) Soit $\mathcal{A}_1 = \{\emptyset, \mathcal{X}, \{-2\}\}$. Déterminer si \mathcal{A}_1 est une algèbre de parties de \mathcal{X} .
 - (c) Construire une algèbre de parties \mathcal{A}_2 de \mathcal{X} distincte de $\mathcal{P}(\mathcal{X})$.
2. Soit $\mathcal{Y} = \{-5, 0, 3\}$.
 - (a) Construire $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$.
 - (b) Le sous-ensemble $\mathcal{B}_1 = \{\emptyset, \mathcal{Y}, \{-5, 0\}, \{3\}\}$ de $\mathcal{P}(\mathcal{Y})$ est-il une algèbre de parties de \mathcal{Y} ?
 - (c) Construire l'algèbre de parties \mathcal{B}_2 de \mathcal{Y} contenant le plus petit nombre d'éléments possible.
3. Soit \mathcal{X} un ensemble, et Y un sous-ensemble de \mathcal{X} . Pour toute famille \mathcal{C} de parties de \mathcal{X} , on note

$$\bar{\mathcal{C}} = \{T \cap Y; T \in \mathcal{C}\}.$$

- (a) Montrer que si \mathcal{C} est une σ -algèbre de \mathcal{X} , alors $\overline{\mathcal{C}}$ est une σ -algèbre de Y .
 (b) Si $Y \in \mathcal{C}$, décrire simplement $\overline{\mathcal{C}}$.

Exercice 3

1. Soit f une fonction de \mathbb{R} dans $[0; 1]$ définie par

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{pour } x \in \mathbb{R}^* \\ 0 & \text{pour } x = 0 \end{cases}$$

- (a) Montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad |f(x)| \leq |x|$$

- (b) Montrer que f est continue sur tout \mathbb{R} .
 (c) Pour x non nul, la fonction f est-elle dérivable ? Dans l'affirmative, exprimer sa dérivée.
 (d) Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x} & \text{pour } x \in \mathbb{R}^* \\ 0 & \text{pour } x = 0 \end{cases}$$

Cette fonction g admet-elle une limite en 0 ?

- (e) La fonction f est-elle dérivable en 0 ?

2. Soit h une fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \in \{0\} \cup [1; +\infty[\cup \left(\bigcup_{n \geq 1} \left[\frac{1}{4^n}; \frac{2}{4^n}[\right)\right) \\ 4^n x - 2 & \text{pour } x \in \bigcup_{n \geq 1} \left[\frac{2}{4^n}; \frac{3}{4^n}[\right) \\ -4^n x + 4 & \text{pour } x \in \bigcup_{n \geq 1} \left[\frac{3}{4^n}; \frac{1}{4^{n-1}}[\right) \end{cases}$$

enfin, $h(-x) = h(x)$.

- (a) Montrer que l'ensemble de définition de h est \mathbb{R} .
 (b) Tracer la courbe représentative de h pour $x \in \left[\frac{1}{16}; \frac{3}{2}\right]$ dans un repère orthonormé (O, i, j) : une unité sera représentée par 10 cm en abscisse et 5 cm en ordonnée.
 (c) Calculer $h\left(\frac{3}{4^n}\right)$. La fonction h est-elle continue sur \mathbb{R} ? Justifier soigneusement la réponse.

(d) Calculer en fonction de n les trois intégrales

$$\int_{\frac{2}{4^n}}^{\frac{1}{4^{n-1}}} h(x) dx, \quad \int_{\frac{1}{4^n}}^{\frac{1}{4^{n-1}}} h(x) dx, \quad \int_{\frac{1}{4^n}}^1 h(x) dx.$$

(e) En déduire la valeur de $\int_0^1 h(x) dx$.

(f) Soit y un réel positif. La fonction h est-elle intégrable sur $[0; y]$?

(g) On pose

$$H(y) = \int_0^y h(x) dx.$$

i. Montrer que la fonction H est dérivable sur \mathbb{R}^* .

ii. Quelle est la dérivée de H ? Est-elle majorée ?

iii. Calculer

$$H\left(\frac{1}{4^n}\right) \quad \text{et} \quad H\left(\frac{2}{4^n}\right).$$

iv. Soit

$$\mathcal{H}(x) = \frac{H(x)}{x}.$$

Calculer

$$\mathcal{H}\left(\frac{1}{4^n}\right) \quad \text{et} \quad \mathcal{H}\left(\frac{2}{4^n}\right).$$

La fonction \mathcal{H} admet-elle une limite en 0 ?

(h) La fonction H est-elle dérivable en 0 ?

ÉPREUVE À OPTIONS

DURÉE: 4 HEURES

Aucun document n'est autorisé

ATTENTION : L'usage d'une calculatrice est différent selon l'option choisie

Les candidats doivent **obligatoirement** traiter le sujet qui correspond à l'option qu'ils ont **IRRÉVERSIBLEMENT** choisie au moment de l'inscription.

DOMINANTE ÉCONOMIQUE

Aucun document n'est autorisé

L'usage de toute calculatrice est interdit

La politique économique : relent d'une époque révolue ou recours nécessaire dans le monde contemporain ?

DOMINANTE GESTION

L'utilisation de la liste des comptes du Plan Comptable Général est autorisée. Le prêt de ce document est interdit entre candidats pendant l'épreuve.

L'usage de calculatrices électroniques de poche à alimentation autonome, non imprimantes et sans document d'accompagnement, est autorisé, une seule à la fois étant admise sur la table ou le poste de travail, et aucun n'échange n'est autorisé entre les candidats

Les quatre thèmes composant le sujet sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque. Il sera accordé la plus grande attention à la clarté de la présentation et des justifications, et à la qualité de l'expression, y compris de l'orthographe. Concernant la norme IFRS, il n'est pas exigé des candidats de connaître les détails récents des modalités d'application, relatives notamment aux simplifications et à la nomenclature. Des réponses logiques dans leur principe sont acceptées.

Thème 1. Compréhension des concepts comptables

- 1 – Le principe de l'évaluation au coût historique est mis en cause par la norme IFRS. Rappeler brièvement les fondements pratiques et conceptuels de ce principe. Illustrer ses limites par deux exemples précis.
- 2 – En quels sens les dotations et reprises peuvent-elles mettre en question le principe d'indépendance des exercices ? Appuyer la réponse sur deux exemples précis.
- 3 – Selon une lecture financière et/ou économique, comment comprendre les différences fondamentales entre une augmentation d'un produit comptable de l'exercice et celle d'un élément du passif. Illustrer la réponse à l'aide d'un exemple précis.
- 4 – Un achat de matières premières est comptabilisé dans un compte de la classe 6. Pourtant, il ne constituera pas forcément une diminution du résultat de période. Pourquoi ?
- 5 – Pour une période donnée, la production en valeur d'une entreprise s'est élevée à 100, alors que les ventes de produits finis sont inscrites au crédit du compte résultat pour 70. Explication ?
- 6 – L'évolution du prix d'une matière première suit une tendance générale régulière. Au 31 décembre, l'évaluation du stock de cette matière première s'établit à 110 000 en « PEPS » contre 120 000 au « CMP ». La tendance du prix est-elle à l'augmentation ? Pourquoi ?
- 7 – L'approche des coûts dite « ABC » repose sur l'identification d'activités « transversales » par rapport aux fonctions et produits. Proposer trois exemples-type de telles activités, en pensant par exemple à une entreprise industrielle.
- 8 – « Un coût est une opinion ». A propos de quelle étape classique de la technique conventionnelle de calcul des coûts complets peut-on tout particulièrement illustrer cette proposition ?
- 9 - La norme IFRS suggère l'abandon de certaines distinctions classiques et fondamentales dans l'analyse du compte résultat. Lesquelles ?

10 – Une entreprise s'est équipée le 1^{er} janvier d'une machine comportant une structure d'une durée de vie de 6 ans, valeur 12 000 €, et des composants d'une durée de vie de 3 ans, valeur 18 000 €. Quel sera le montant de la dotation aux amortissements en fin de première année :

- . selon la norme comptable traditionnelle ?
- . Selon la norme IFRS ?

NB : veiller à la clarté et à la concision des réponses, qui ne doivent en aucun cas dépasser ½ page par question.

Thème 2 : enregistrements comptables

Une petite entreprise commerciale non soumise aux normes IFRS doit enregistrer, dans les derniers jours de décembre 2006, les pièces comptables suivantes, correspondant à des transactions toutes soumises, le cas échéant, à la taxe sur le chiffre d'affaires au taux normal.

PC1 – Facture d'avoir adressée à un client, suite notamment à une livraison et une facturation enregistrée au début du mois :

- . marchandises retournées le 22/12 pour non-conformité : article A, 100 unités à 5 € brut HT l'unité, initialement facturées sous remise 10 % ;
- . rabais sur le restant de la livraison : 200 € HT (brut forfaitaire) ;
- . ristourne sur les ventes du mois : 500 € HT (brut forfaitaire).

PC2 – Facture d'achat reçue d'un fournisseur, suite à une livraison du 26/12 :

- . 500 unités de A à 3 € brut HT l'unité ;
- . remise 5 % sur facture ;
- . escompte 1 % du net commercial sur facture, pour règlement immédiat à la livraison (chèque, PC 3).

PC4 – Facture de vente adressée à un client, suite à une livraison du 27/12 :

- . 300 unités de A à 5 € brut HT l'unité ;
- . remise 8 % sur facture ;
- . port facturé à la charge du client : 50 € brut HT (l'entreprise sous-traite ses transports).

PC5 – Facture reçue d'un fournisseur, suite à diverses opérations réalisées en décembre :

- . postes informatiques et serveur : 10 000 € HT ;
- . progiciels associés : 3 000 € HT ;
- . entretiens divers : 1 000 € HT pour décembre.

PC6 – Récapitulation de l'état des charges de personnel pour décembre :

- . salaires bruts : 12 000 € ;
- . cotisations salariales : 2 500 € ;
- . avances aux salariés versées à la mi-décembre : 5 000 € ;
- . cotisations employeur : 3 500 €.

Les cotisations sont à régler début janvier, les salaires virés le 28 décembre (PC7).

PC8 – Retour par la banque d'un chèque impayé de 1 196 €, remis par un client qui a disparu.

PC9 – Un nouveau client qui doit 2 392 € n'a pas honoré l'échéance de novembre, mais on espère cependant récupérer la moitié de cette créance courant 2007.

PC10 – Un matériel d'une valeur d'origine de 5000 €, acquis et mis en service début 2004, amorti sur 5 ans, est cédé le 29/12, avec règlement immédiat sous forme d'un chèque de 2000 €. L'opération est d'abord enregistrée en utilisant un compte d'attente.

PC11 – Une livraison de l'article A est effectuée, le même jour, pour 100 unités, destinées à remplacer le retour du 22/12. La facture sera à établir en janvier, aux conditions habituelles avec ce client.

PC12 – On procède à la régularisation de l'enregistrement de la cession du 29/12, et à d'autres régularisations liées aux pièces comptables ci-dessus s'il y a lieu.

1 – Le stock de A, inventorié le 26 au matin, comportait 200 unités évaluées à 2,80 euros l'unité. Quelle aura été la marge commerciale sur cet article, si l'on s'en tient aux seules transactions comptables ci-dessus, soit du 26/12 au 29/12 inclus ?

2 – La comptabilité de l'entreprise est tenue en respectant autant que possible le principe de prudence. Donner au moins deux exemples de transaction dont l'enregistrement peut ici être influencé par ce principe.

3 – Sous forme d'articles du journal général, proposer les enregistrements de principe des Pièces Comptables décrites ci-dessus, en introduisant au besoin les hypothèses nécessaires.

4 – Etablir l'incidence globale des transactions ainsi représentées sur le résultat de l'exercice 2006. Une justification sous forme de comptes sera appréciée.

NB : il n'est pas utile d'aller au delà des ventilations utilisées dans le système de base.

Thème 3 : Comptabilité de gestion.

Une petite entreprise industrielle fabrique et distribue les produits A et B. Elle est structurée en quatre fonction, achats, fabrication, commercialisation, administration auxquelles correspondent autant de centres d'analyse. Après regroupements et retraitements, elle a extrait les éléments suivants de sa comptabilité analytique, relatifs à janvier 2007 :

- Matière première incorporée : 10 000 € pour A, 12 000 € pour B ;
- Main d'œuvre « directe » : 15 200 € pour A, 16 400 € pour B ;
- Frais de fabrication (y compris quote-part administration) 34 000 également répartis entre les produits ;
- Coût de production des ventes : 40 000 € pour A (2 000 unités), et 50 000 pour C (1 000 unités) ;
- Stocks initiaux 100 unités de A et 200 unités de B ;
- Production de la période 2 100 et 900 unités.
- Commissions : 5 % du chiffre d'affaires hors taxes ;
- Frais de distribution (y compris quote-part administration) : 60 000 € répartis au prorata des quantités vendues.
- Prix de vente unitaires hors taxes : 50 € pour A et 80 € pour B.

1 – Discuter le caractère « direct » de l'élément main d'œuvre.

2 – Retrouver la valeur des stocks initiaux de produits finis. Accompagner la réponse des fiches de calcul indispensables. Formuler au besoin les hypothèses requises.

3 – En déduire les coûts de revient et résultats analytiques, en précisant de nouveau les hypothèses adoptées s'il y a lieu.

4 – Discuter les résultats ainsi obtenus et leur utilité, puis généraliser la discussion à l'utilisation des types de coûts fondamentaux.

NB : les stocks sont évalués au coût moyen complet. De même, il s'agit d'élaborer des coûts de revient complets.

Thème 4 : analyse de gestion

Une entreprise industrielle travaille à flux tendus et réalise les produits A et B. Sur le produit A, sa marge sur coûts variables mensuelle est de 100 000 € pour 10 000 unités (prix de vente unitaire 15 €). Pour le produit B, ces chiffres sont de 80 000 et 20 000 (7 €/u). Les frais de structure s'élèvent à 200 000 €.

1 – Sous des hypothèses bien précises, il est possible d'établir, en chiffres d'affaires et en quantités, le seuil de rentabilité de l'entreprise. Rappeler les hypothèses en question, puis réaliser le calcul.

2 – Un important client propose une commande de 1 000 unités de A à 13 €/u et 400 de B à 3 €/u. Que conseiller au chef d'entreprise ? Discussion ? Quels éléments d'information pourraient en particulier infléchir la décision ?

3 – Cet exemple élémentaire illustre les problèmes d'interdépendance ou de transversalité en gestion. En quel(s) sens ? Proposer un ou deux autres exemples, et discuter brièvement leurs conséquences et la manière de les maîtriser.

Fin de l'option gestion