Notice concours 2A Mathématiques

Réforme en vigueur à partir de la session 2026

Le concours deuxième année Mathématiques de l'ÉNS Rennes permet d'intégrer le département Mathématiques de l'école en deuxième année (niveau Master 1), pour une scolarité de trois années rémunérées. Pour s'inscrire au concours, la personne candidate doit être titulaire, ou en cours d'acquisition, d'un diplôme correspondant à 180 ECTS (L3 ou équivalent).

Le concours comporte une phase d'admissibilité, constituée par l'examen du dossier d'études supérieures. L'objet du présent document est de préciser les attendus et le déroulement des épreuves orales d'admission.

La phase d'admission du concours comporte trois épreuves orales :
- deux interrogations de mathématiques (coefficient 3 chacune) ;
- un entretien (coefficient 4).

Le programme commun à ces trois épreuves se trouve à l'article 8, titre II de l'arrêté de programme du 26/11/2025 publié au BO du 18/12/2025 consultable ici et il est détaillé au point III du présent document.

I - Interrogations de mathématiques

Chacune des deux interrogations de mathématiques comporte 30 minutes de préparation et 30 minutes de présentation et d'échange avec le jury.

Au début de la phase de préparation, la personne candidate se voit remettre un ou des énoncés d'exercices à résoudre. Elle présente ensuite, au tableau, ses solutions au jury. Elle pourra être interrompue à tout moment par le jury afin de préciser un point particulier.

L'une des deux interrogations de mathématiques portera principalement sur des thèmes d'algèbre et de géométrie, l'autre portera principalement sur des thèmes d'analyse et de probabilités. Les thèmes dominants de chaque interrogation seront indiqués sur la convocation aux épreuves orales d'admission.

II - Entretien

L'épreuve d'entretien ne comporte pas de phase de préparation sur place. Elle dure environ 25 minutes et est constituée de deux parties :

- un exposé de la personne candidate sur un thème scientifique, suivi de questions du jury ;

- un échange avec le jury sur les parcours et projets de la personne candidate, ainsi que ses motivations à intégrer le département Mathématiques de l'ÉNS Rennes.

II-1 - Exposé sur un thème scientifique

La personne candidate devra préparer, en amont du jour de l'épreuve, un exposé de 5 minutes environ sur un thème choisi dans la liste ci-dessous :

1 - Réduction des endomorphismes normaux
2 - Théorème des restes chinois
3 - Théorème d'inversion locale
4 - Groupe dérivé
5 - Théorème de convergence dominée
6 - Théorème du point fixe contractant

Il n'est pas attendu lors de cet exposé un traitement exhaustif du sujet choisi, mais plutôt des choix personnels que la personne candidate pourra expliquer. Elle pourra par exemple commencer par énoncer le résultat ou définir la notion sélectionnée, puis discuter les hypothèses, la réciproque s'il y a lieu, présenter des exemples et contre-exemples, illustrations, applications, éléments de preuve, généralisations possibles, liens avec d'autres énoncés ou thèmes mathématiques...

Cet exposé est présenté au début de l'épreuve, au tableau et sans aucun document ni support informatique. Il donne ensuite lieu à une discussion avec le jury pendant 5 minutes environ.

II-2 - Échange avec le jury sur les parcours et projets

La seconde partie de l'entretien se déroule sous la forme d'une discussion entre la personne candidate et le jury. Elle a pour but de préciser le parcours depuis le baccalauréat de la personne candidate, ses motivations à intégrer le département Mathématiques de l'ÉNS Rennes ainsi que ses projets d'études et professionnels.

La personne candidate admissible recevra avec la convocation aux épreuves orales un document à remplir pour préparer cet échange, à rapporter à l'épreuve d'entretien.

Elle devra également apporter à l'épreuve d'entretien tout relevé ou attestation officiels de notes du second semestre de l'année en cours à sa disposition.

À la fin de l'épreuve d'entretien, la personne candidate pourra, si elle le souhaite, poser au jury des questions sur la formation au département Mathématiques de l'ÉNS Rennes.

III - Programme détaillé

I - Topologie

1. Espaces topologiques, espaces métriques. Séparabilité, compacité, connexité. Applications continues, uniformément continues. Suites de Cauchy, espaces complets. Théorème du point fixe contractant. Norme de la convergence uniforme.
2. Espace vectoriel normé, espace de Banach, espace dual. Norme d'une application linéaire continue.
Espace de Hilbert. Projection sur un convexe fermé, projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel fermé. Théorème de représentation de Riesz. Bases hilbertiennes (cas séparable). Égalité de Bessel-Parseval.
3. Continuité des fonctions d'une ou plusieurs variables à valeurs dans Rn. Propriétés des fonctions continues sur un compact, sur un connexe. Fonctions réciproques. Fonctions monotones.
4. Fonctions convexes d'une variable, inégalités de convexité.

II - Calcul différentiel

1. Fonctions réelles d'une variable réelle, dérivée en un point, dérivée à gauche, à droite. Dérivées d'ordre supérieur, dérivée n-ième du produit de deux fonctions. Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis. Formules de Taylor, différentes formes du reste (reste de Lagrange, reste de Young, reste sous forme intégrale). Comparaison des fonctions au voisinage d'un point. Développements limités, développements asymptotiques. Notation o et O de Landau.
2. Fonctions vectorielles d'une variable réelle : dérivation, théorèmes des accroissements finis, formules de Taylor.
3. Différentielle d'une application d'un espace vectoriel normé dans un autre. Théorème des fonctions composées. Applications de Rn dans Rp : dérivées partielles, matrice jacobienne. Classe C1 des fonctions continûment différentiables sur un ouvert, caractérisation en termes de dérivées partielles.
4. Classe Ck. Dérivées partielles d'ordre supérieur : interversion de l'ordre des dérivations. Formules des accroissements finis, formules de Taylor.
5. Théorèmes d'inversion locale et globale. Théorème des fonctions implicites.
6. Fonctions de plusieurs variables réelles à valeur dans R : convexité, extremum local.

III - Calcul intégral

1. Tribus, mesures positives, mesures de Lebesgue, applications mesurables, intégrables.
2. Convergence dominée, convergence monotone. Théorèmes de convergence des intégrales dépendant d'un paramètre. Interversion série et intégrale.
3. Mesure produit, théorème de Fubini.
4. Espaces Lp.
5. Changements de variables dans Rn.

IV - Séries

1. Séries à termes réels ou complexes : convergence, somme. Cas des séries à termes positifs : comparaison de deux séries, comparaison d'une série et d'une intégrale. Convergence absolue. Produit de deux séries absolument convergentes. Séries doubles, produits infinis. Séries vectorielles (dans un espace de Banach). Convergence normale. Calcul approché de la somme d'une série.
2. Suites et séries de fonctions numériques, convergence simple, convergence uniforme, convergence normale d'une

série ; application à l'étude de la continuité de la dérivabilité, de l'intégrabilité d'une fonction définie par une suite ou une série.
3. Séries entières. Rayon de convergence. Somme du produit de deux séries entières. Convergence uniforme, continuité. Série de Taylor, développement de fonctions en séries entières.
6. Séries de Fourier. Coefficients et série de Fourier d'une fonction. Théorèmes de Fejer et Dirichlet. Convergence normale de la série de Fourier d'une fonction continue de classe C^1 par morceaux. Théorie L^2 des séries de Fourier.

V - Équations différentielles

1. Équations différentielles de la forme x'=f(t,x), t dans un intervalle de R, x dans un ouvert de R^n. Théorème de Cauchy-Lipschitz. Solutions maximales. Lemme de Gronwall. Critère de sortie de tout compact (théorème « des bouts »).
2. Systèmes différentiels linéaires. Méthode de variation des constantes (formule de Duhamel). Cas des coefficients constants. Application à la résolution d'équations linéaires d'ordre supérieur à 1.

VI - Algèbre générale

1. Vocabulaire de la théorie des ensembles. Relations d'ordre. Relations d'équivalence. Cardinal d'un ensemble. Permutations d'un ensemble.
2. Groupes. Homomorphismes de groupes. Sous-groupes. Classes d'équivalence modulo un sous-groupe. Sous-groupes distingués : groupes quotients. Sous-groupe engendré par une partie. Groupes monogènes. Ordre d'un élément. Opération d'un groupe sur un ensemble : orbites, stabilisateurs. Groupes abéliens. Groupe symétrique : décomposition en cycles : signature d'une permutation ; groupe alterné.
3. Anneaux. Homomorphisme d'anneaux, sous-anneaux, idéaux, anneau quotient. Anneaux commutatifs ; formule du binôme. Divisibilité dans les anneaux commutatifs intègres : éléments irréductibles et premiers, éléments associés. Anneaux factoriels : plus grand diviseur commun, plus petit multiple commun. Anneaux principaux ; théorème de Bézout. Anneaux euclidiens : algorithme du calcul du plus grand diviseur commun dans un anneau euclidien. Anneaux Z des entiers relatifs, division euclidienne, Z/nZ, indicatrice d'Euler. Algèbre sur un anneau commutatif. Algèbre des polynômes à une ou plusieurs indéterminées sur un anneau commutatif intègre. Algèbre des fonctions polynomiales. Expression d'un polynôme symétrique à l'aide des polynômes symétriques élémentaires ; formule de Newton. Racines d'un polynôme à une indéterminée, multiplicité, relations entre coefficients et racines.
4. Corps (commutatifs), sous-corps, corps premier, caractéristique. Corps des fractions d'un anneau commutatif intègre. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps (commutatif). Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples. Théorème de d'Alembert-Gauss.

VII - Algèbre linéaire et bilinéaire - Géométrie

1. Espaces vectoriels. Sous-espaces vectoriels. Applications linéaires, image, noyau. Somme de sous-espaces vectoriels, somme directe, quotient.
2. Espaces vectoriels de dimension finie. Bases, dimension. Supplémentaires d'un sous-espace, rang d'une application linéaire. Théorème du rang. Espace dual, espace bidual : transposée d'une application linéaire : orthogonalité. Base duale. Rang de la transposée. Isomorphisme entre un espace et son bidual. Matrice d'un endomorphisme relativement à une base : changement de base, rang. Déterminant d'une matrice et d'un endomorphisme. Matrice des cofacteurs. Trace d'une matrice et d'un endomorphisme. Résolution d'un système d'équations linéaires. Réduction d'un endomorphisme : polynômes minimal et caractéristique d'un endomorphisme et d'une matrice. Diagonalisation, trigonalisation. Théorème de Cayley-Hamilton.
3. Algèbre bilinéaire. Généralités sur les formes bilinéaires symétriques sur un espace vectoriel de dimension finie (en caractéristique différente de 2) : orthogonalité, matrice relativement à une base et changement de base, rang, discriminant. Existence d'une base orthogonale. Classification des formes quadratiques sur R et C, signature, théorème de Sylvester,. Espaces vectoriels euclidiens. Produit scalaire, inégalités de Cauchy-Schwarz, norme euclidienne. Adjoint d'un endomorphisme. Groupe orthogonal : description des éléments, cas des dimensions 2 et 3. Réduction des endomorphismes orthogonaux et symétriques. Espaces vectoriels hermitiens. Produit hermitien, norme hermitienne. Adjoint d'un endomorphisme. Groupe unitaire. Réduction des endomorphismes normaux.
4. Géométrie euclidienne plane. Notion d'angle. Coordonnées polaires. Similitudes.
5. Géométrie euclidienne en dimension trois. Coordonnées cylindriques et sphériques.

VIII - Probabilités

1. Espaces de probabilité (discrets et non discrets), vecteurs et variables aléatoires, lois jointes et lois marginales, inégalités classiques, usage des moments, des fonctions caractéristiques et des fonctions génératrices, convergences (en moyenne d'ordre p, presque sûre, en probabilité, en loi).
2. Indépendance : variables aléatoires indépendantes, loi du zéro-un, Borel-Cantelli, lois faible et fortes des grands nombres, théorème limite central.