

Réunion de l'ANR OPTIFORM

ENS Cachan Bretagne

22 et 23 janvier 2013

Organisation : Virginie Bonnaillie-Noël
Karina Guerrier
Michel Pierre
Yannick Privat



Programme

Mardi 22 janvier 2013 (salle 10)

- 9h30 Navette depuis la gare de Rennes
9h30-10h Accueil des participants
10h-11h DORIN BUCUR (LAMA Chambéry)
Minimisation de fonctionnelles spectrales et problèmes à frontière libre
– Pause –
11h30-12h CORENTIN LÉNA (LMO, Paris-Sud 11, Orsay)
Partitions spectrales minimales sur des tores plats
12h-12h30 BOZHIDAR VELICHKOV (LAMA Chambéry)
Spectral optimization problems with perimeter constraint
– Déjeuner –
14h-15h DAVID GÉRARD-VARET (IMJ, Paris 7)
Dérivée de forme pour une énergie de type Dirichlet fractionnaire
15h-15h30 NICOLAS POPOFF (IRMAR, Rennes)
Opérateur de Schrödinger magnétique dans un domaine diédral
– Pause –
16h-18h30 Discussions informelles
18h30 Navette pour Rennes
20h Dîner au restaurant *Monsieur est servi*, à Rennes

Mercredi 23 janvier 2013 (salle 10)

- 8h30 Navette depuis la gare de Rennes
9h-10h PAOLO SALINI (Firenze, Italie)
Optimal concavity for p -capacity
– Pause –
10h30-11h15 AMANDINE BERGER (LJK, Grenoble)
Formes optimisant les valeurs propres du Laplacien en dimension 2 et 3 : éléments de réponse
11h15-12h LORENZO BRASCO (LATP, Marseille)
Autour d'une inégalité de Marie-Thérèse Kohler-Jobin
– Déjeuner –
14h-15h Discussions informelles
15h15 Navette pour Rennes

Liste des participants

Berger Amandine	LJK, Grenoble
Bonnaillie-Noël Virginie	IRMAR, ENS Cachan Bretagne & Rennes 1
Bonnetier Éric	LJK, Grenoble
Brasco Lorenzo	LATP, Marseille
Bucur Dorin	LAMA, Chambéry
Cardaliaguet Pierre	Ceremade, Paris Dauphine
Carlier Guillaume	Ceremade, Paris Dauphine
Caubet Fabien	LMAC, Compiègne
Dalphin Jérémy	IECN, Nancy
Deheuvels Thibaut	IRMAR, ENS Cachan Bretagne
Gérard-Varet David	IMJ, Paris 7
Girouard Alexandre	LAMA, Chambéry
Henrot Antoine	IECN, Nancy
Lamboleym Jimmy	Ceremade, Paris Dauphine
Léna Corentin	LMO, Paris Sud 11, Orsay
Liard Thibault	IRMAR, Rennes
Mérigot Quentin	LJK, Grenoble
Oudet Édouard	LJK, Grenoble
Pierre Michel	IRMAR, ENS Cachan Bretagne
Popoff Nicolas	IRMAR, Rennes 1
Privat Yannick	LJLL, Paris 6
Salani Paolo	Firenze, Italie
Velichkov Bozhidar	LAMA, Chambéry
Vial Grégory	ICJ, Lyon

Résumés des exposés

Amandine Berger (LJK, Grenoble)

Formes optimisant les valeurs propres du Laplacien en dimension 2 et 3 : éléments de réponse

Le but de l'exposé est de donner des éléments de réponse à la question : "Quelles formes minimisent (resp. maximisent) les valeurs propres du Laplacien avec conditions de Dirichlet (resp. Neumann) en dimensions 2 et 3 ? " Dans une première partie, nous présenterons une liste de formes obtenues numériquement susceptibles d'optimiser les premières valeurs propres du Laplacien (cas Dirichlet/Neumann, 2D/3D). Dans une seconde partie, nous verrons pour quelles valeurs propres du Laplacien-Dirichlet la boule est/peut être/ne peut pas être un minimiseur.

Lorenzo Brasco (LAMP, Marseille)

On an inequality by Marie-Thérèse Kohler-Jobin

In this seminar we will talk about a spectral inequality proved by Kohler-Jobin, by using a new rearrangement technique. In particular, the aim is to prove that the ball minimizes the principal frequency, among sets having given torsional rigidity. This "isoperimetric" property of the ball is stronger than that expressed by the Faber-Krahn inequality. We will see that the proof is a straightforward consequence of a sort of Pólya-Szegő principle, which holds true for the Kohler-Jobin rearrangement. We will discuss some generalizations of this result as well.

Dorin Bucur (LAMA, Chambéry)

Minimisation de fonctionnelles spectrales et problèmes à frontière libre

Dans cette conférence, je ferai le point sur les derniers développements/questions ouvertes concernant la minimisation des fonctions dépendant du spectre du Laplacien avec conditions de Dirichlet au bord. En particulier, je présenterai les propriétés qualitatives des sous et sur-solutions géométriques, pour lesquelles des techniques de type Alt-Caffarelli peuvent être utilisées. Comme conséquence, il sera prouvé pour des fonctionnelles assez générales de valeurs propres l'existence globale de solution, borne sur le diamètre, périmètre fini, régularité Lipschitz des fonctions propres. Dans la mesure du temps restant, j'aborderai aussi les conditions de Robin qui font appel aux techniques SBV introduites dans des problèmes à discontinuité libre.

David Gérard-Varet (IMJ, Paris 7)

Dérivée de forme pour une énergie de type Dirichlet fractionnaire

Je présenterai un travail en collaboration avec Anne-Laure Dalibard. Ce travail, initialement motivé par un problème de réduction de traînée en microfluidique, consiste à déterminer la forme optimale associée à une énergie de type Dirichlet fractionnaire (impliquant le Laplacien $1/2$ en dimension 2). J'expliquerai comment retrouver l'optimum (disque) via un calcul de dérivée de forme et adaptation de la méthode des hyperplans mobiles.

Corentin Léna (LMO, Paris-Sud 11, Orsay)

Partitions spectrales minimales sur des tores plats

Je présenterai des travaux en cours sur la recherche des partitions minimales de tores plats. Plus précisément, un entier k étant donné, on recherche un découpage du tore

$$T(a, b) = \mathbb{R}^2 / a\mathbb{Z} \times b\mathbb{Z}$$

en k domaines distincts qui minimise le maximum des premières valeurs propres du Laplacien-Dirichlet sur chaque domaine. Les partitions minimales sont très différentes selon les valeurs de k et du rapport b/a . Je présenterai des résultats théoriques et numériques, ainsi que des conjectures sur certaines partitions minimales. On s'intéressera en particulier aux liens avec les fonctions propres du Laplacien sur $T(a, b)$.

Nicolas Popoff (IRMAR, Rennes)

Opérateur de Schrödinger magnétique dans un domaine diédral

On s'intéresse au comportement de la plus petite valeur propre du Laplacien magnétique dans la limite semi-classique sur un ouvert borné de l'espace. Dans le cas régulier, la comparaison d'opérateurs modèles montre que les vecteurs propres associés se concentrent près des points du bord où le champ magnétique est tangent. Dans le cas où le domaine possède une arête, il faut introduire un nouvel opérateur modèle : le Laplacien magnétique sur un dièdre infini. Je présenterai cet opérateur dans un cas particulier et j'en déduirai le comportement de la première valeur propre pour le problème semi-classique sur un domaine en forme de lentille.

Paolo Salini (Firenze, Italie)

Optimal concavity for p -capacity

Let $p \in (1, n)$; if Ω is a convex domain in $\mathbb{R}^n$ whose p -capacitary potential function u is $(1-p)/(n-p)$ -concave (i.e. $u^{(1-p)/(n-p)}$ is convex), then Ω is a ball. This result can be suitably inserted in the framework of overdetermined problems : here the overdetermination consists in a special geometric property of the solution which is proved to characterize balls.

Bozhidar Velichkov (LAMA, Chambéry)

Spectral optimization problems with perimeter constraint

This is a joint work with Guido De Philippis.

For any $k \in \mathbb{N}$, we consider spectral optimization problems of the form

$$\min\{\lambda_k(\Omega) : \Omega \subset \mathbb{R}^d, P(\Omega) = 1, |\Omega| < \infty\}, \quad (1)$$

where $\lambda_k(\Omega)$ is the k -th eigenvalue of the Dirichlet Laplacian on Ω , $P(\Omega)$ is the perimeter in sense of De Giorgi and $|\Omega|$ is the Lebesgue measure of Ω .

We prove an existence result based on a combination of concentration-compactness and induction argument, proving on each step that the optimal set is bounded. We also prove that the optimal set is open and that its boundary is of class $C^{1,1/2}$. In order to obtain the regularity result, we study the sets satisfying the following conditions :

1. For any $\tilde{\Omega} \supset \Omega$, we have $P(\Omega) \leq P(\tilde{\Omega})$.
2. For any $\tilde{\Omega} \subset \Omega$, we have $E(\Omega) + P(\Omega) \leq E(\tilde{\Omega}) + P(\tilde{\Omega})$.

In conclusion, we discuss some additional properties of the solutions of (1). The results we present are part of the forthcoming paper [1]. We also note that some special cases were already deeply studied in [2], in the cases $k = 2$ and $d = 2$.

Références

- [1] G. DE PHILIPPIS, B. VELICHKOV : Existence and regularity results for some spectral optimization problems with perimeter constraint. In preparation.
 - [2] D. BUCUR, G. BUTTAZZO, A. HENROT : Minimization of $\lambda_2(\Omega)$ with a perimeter constraint. Indiana University Mathematics Journal **58** (6) (2009), 2709–2728.
-

PLAN DE SITUATION Campus de Ker Lann



Décembre 2010

Informations pratiques



Restaurant *Monsieur est servi*
3 rue des Dames
35000 RENNES
02 99 30 65 11



Hôtel Garden
3 rue Duhamel
35000 RENNES
02 99 65 45 06



Hôtel Le Magenta
35 bd Magenta
35000 RENNES
02 99 30 85 37



Hôtel Astrid
32 av Louis Barthou
35000 RENNES
02 99 30 82 38

