

C1083

Ecole Normale Supérieure de Cachan

61 avenue du président Wilson
94230 CACHAN

Concours d'admission en 1^{ère} année

DROIT, ÉCONOMIE ET GESTION

Session 2010

Épreuve à Options

Durée : 4 heures

« Aucun document n'est autorisé »

" L'usage de la calculatrice n'est autorisée que pour l'option Maths Appliquées "

Les candidats doivent **obligatoirement traiter le sujet qui correspond à l'option qu'ils ont irréversiblement choisie** au moment de leur inscription.

Pour l'option: Maths Appliquées : Tout résultat non justifié ne sera pas comptabilisé. La notation tiendra compte de la présentation et de la rédaction. 2 feuilles (papier millimétré) en documents réponses.

COMPOSITION DE DROIT COMMERCIAL

Sujet : Les évolutions économiques et juridiques du début du XXI^e siècle remettent-elles en cause la notion de fonds de commerce ?

COMPOSITION DE DROIT PUBLIC

Sujet : Le tribunal des conflits

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET STATISTIQUES

Tous les exercices peuvent être traités indépendamment.

Exercice 1 : Une enquête sur les logements

Une enquête de l'INSEE a porté sur le nombre de pièces que comprenaient les 540 logements d'une ville de Province. Les résultats sont les suivants :

Nombre de pièces	Effectif
x_i	N_i
1	25
2	210
3	190
4	80
5	30
6	5
Σ	540

- 1) Quel est le type de variable étudiée dans ce tableau ?
- 2) S'agit-il d'un sondage ou d'un recensement ?
- 3) Calculer la moyenne, la médiane, la variance et l'écart type de cette série.
- 4) En entrant au hasard dans un logement, quelle est la probabilité qu'il y ait deux pièces ? plus de trois pièces ?

Exercice 2 : Une banque a constaté que 10 % des sommes qu'elle prête ne sont pas remboursées.

Sur quatre clients choisis au hasard, quelle est la probabilité qu'il y ait :

- 1) Un seul mauvais payeur ?
- 2) Quatre bons payeurs ?
- 3) Deux mauvais payeurs au plus ?

Exercice 3 : Le tableau suivant représente la production de voitures particulières en Europe de 2000 à 2009.

Année	Rang de l'année x_i	Nombre y_i de voitures particulières (en milliers)
2000	1	772
2001	2	690
2002	3	710
2003	4	695
2003	5	625
2004	6	698
2006	7	637
2007	8	708
2008	9	757
2009	10	797

Travail à faire :

- 1) Représenter le nuage de points associé à la série (x_i, y_i) dans un repère orthogonal. On prendra comme unités : origine : $O(0 ; 600)$, axe des abscisses : 2 cm pour une année et axe des ordonnées : 5 cm pour 100 (en milliers).
- 2) Calculer la moyenne, la variance ainsi que la covariance entre ces deux variables.
- 3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y . Ce coefficient de corrélation est-il en accord avec le graphique ?
- 4) Le tracé du nuage de points suggère un ajustement à l'aide d'une parabole ; on effectue alors le changement de variable $t_i = (x_i - 5)^2$. Présenter, dans un tableau, la nouvelle série $(t_i ; y_i)$.
- 5) Calculer son coefficient de corrélation linéaire puis donner une équation de la droite de régression de y en t (les résultats seront arrondis à 10^{-2} près). Evaluer la qualité de l'ajustement réalisé.
- 6) Exprimer y en fonction de x . On posera $y = f(x)$.
- 7) Après avoir étudié les variations de f sur l'intervalle $[0 ; 12]$, tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère orthogonal précédent.
- 8) Si la tendance ne change pas, effectuer une prévision pour l'année 2010.

Exercice 4 : Une entreprise industrielle possède deux établissements, E_1 de $n_1 = 500$ salariés dont le salaire moyen est $\bar{x}_1 = 1\,805$ € et E_2 de $n_2 = 800$ salariés dont le salaire moyen est $\bar{x}_2 = 2\,231$ €. Calculer le salaire moyen \bar{x} de l'ensemble des $n = n_1 + n_2$ salariés de l'entreprise.

Exercice 5 : Une urne contient 20 boules dont 8 blanches et 12 noires. On effectue 15 tirages dans l'urne et l'on désigne par X le nombre de boules blanches obtenu.

- 1) Les tirages sont effectués avec remise dans l'urne. Quelle est l'espérance mathématique de X ? Calculer la probabilité que X soit égal à 6.
- 2) Les tirages sont effectués sans remise dans l'urne. Calculer la probabilité que X soit égal à 6.
- 3) On ignore si le tirage a été effectué avec ou sans remise dans l'urne et l'on suppose qu'a priori la probabilité que le tirage ait été effectué avec ou sans remise est égale à la probabilité qu'il ait été réalisé sans remise. Le résultat du tirage est $X = 6$. Calculer la probabilité a posteriori (c'est-à-dire connaissant le résultat du tirage) que celui-ci ait été effectué sans remise.

Exercice 6 :

Partie 1. On considère la fonction définie sur $]-\infty ; +\infty [$ par $f(x) = (x + 4) e^{-\frac{x}{2}}$.

- 1) Etudier les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- 2) Déterminer f' puis étudier le sens de variation de la fonction f .
- 3) Etudier la concavité de la fonction f .
- 4) Donner l'équation de la tangente en $x = 0$.

Partie 2. La fonction de demande d'un netbook est modélisée par la fonction f étudiée précédemment. Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en milliers d'objets, lorsque le prix unitaire est égal à x centaines d'€.

- 1) Calculer le nombre d'objets demandés, à l'unité près, lorsque le prix unitaire est fixé à 200 € (On donnera la valeur exacte).
- 2) L'élasticité ε de la demande par rapport au prix x est le pourcentage de variation de la demande pour une augmentation de 1 % de x . On admet qu'une bonne approximation de $\varepsilon(x)$ est donnée par : $\varepsilon(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \times x$. Déterminer l'expression réduite de ce quotient.
- 3) Etudier le signe de $\varepsilon(x)$ sur $[0 ; +\infty[$.

Exercice 7: On suppose que le nombre de personnes ayant un revenu individuel inférieur à R , obéit à la loi de Pareto : $F(R) = N \left[1 - \left(\frac{R_0}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$ où N représente la taille de la population active et R_0 le revenu minimal correspondant au SMIC.

- 1) Calculer la dérivée de F . Quelle signification peut-on lui donner ?
- 2) Calculer $I_1 = \int_{R_0}^a F'(R) dR$.
- 3) On sait que $\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_{R_0}^a F'(R) dR = \int_{R_0}^{+\infty} F'(R) dR$. En déduire la valeur de I_1 .
Pouvait-on prévoir le résultat ?

Exercice 8: On pose $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 3}{e^x + 4} dx$ et $J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x + 4} dx$.

- 1) Montrer que $I - 3J = 2 \times \ln 2$
- 2) Montrer que $I + J = 4 \times \ln 2$
- 3) En déduire les valeurs exactes de I et J .

Exercice 9:

Soit $\{u_n\}$ une suite définie à partir d'un terme initial u_0 et la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{3 \times u_n}{2 + 5 \times u_n} \text{ avec } u_0 = a \text{ (} a \in \mathbb{N} \text{)}$$

- 1) Pour quelle valeur de u_0 , la suite $\{u_n\}$ n'est-elle pas définie ?
- 2) Que se passe-t-il si $a = 0$?
- 3) On pose $v_n = \frac{1}{u_n}, n \in \mathbb{N}$ avec $v_0 = b$ ($b \in \mathbb{N}$)
 - a) Déterminer b pour que la suite $\{v_n\}$ soit stationnaire.
 - b) La suite $\{v_n\}$ est-elle convergente ?
- 4) En déduire la nature de la suite $\{u_n\}$.

Fin de l'épreuve