

C38191

**Ecole Normale Supérieure de Cachan**

61 avenue du président Wilson  
94230 CACHAN

---

Concours d'admission en 3<sup>ème</sup> année

**GÉNIE ÉLECTRIQUE**

Session 2008

---

**Épreuve de**  
**SYSTÈMES ÉLECTRONIQUES ET ÉLECTROTECHNIQUES**

---

Durée : 4 heures

---

*L'épreuve est constituée de deux parties indépendantes (électrotechnique et électronique).  
Les deux parties doivent obligatoirement être traitées et rédigées sur des feuilles séparées ; il est  
suggéré aux candidats de consacrer deux heures à chacune des parties.*

*Aucun document n'est autorisé*

# PREMIERE PARTIE

## ELECTROTECHNIQUE ET ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

La partie électrotechnique se compose de deux parties. Il est fortement recommandé aux candidats de les traiter toutes les deux et de leur consacrer une durée proportionnée.

### ALIMENTATION A DECOUPAGE A ABSORPTION SINUSOIDALE

Le schéma d'une alimentation à découpage de type FLYBACK utilisée en absorption sinusoïdale dans une application aéronautique est représenté à la figure 1. Cette alimentation est conçue pour fonctionner sur le réseau 115V / 400Hz redressé par un pont complet à diodes.

La tension réseau  $V_e$  s'exprime par :  $V_e = \sqrt{2}V \sin(\theta)$  avec  $\theta = \omega_r t$  où  $\omega_r = 800\pi$  est la pulsation réseau et  $V=115V$  (la valeur efficace de  $V_e$ ),  $V_s=28V$ .

#### Notations :

$T_r$  : période du réseau 400Hz,

$\omega_r$  : pulsation du réseau 400Hz,

$T_d$  : période de découpage,

$F_d$  : fréquence de découpage,

$x$  désigne une grandeur instantanée,

$X$  désigne une grandeur constante (sauf indication explicite).

**On supposera dans tout le problème un fonctionnement permanent en régime de flux discontinu.**

On négligera toutes les pertes dans l'ensemble des composants du convertisseur. Le rapport cyclique  $\alpha$  est limité à 0,5 et la fréquence de découpage est constante. On admettra au premier ordre que la tension  $V_s$  est constante (ondulations dues au découpage négligeables).

Le circuit magnétique, supposé linéaire, sans fuites magnétiques et sans pertes, possède  $N_1$  spires primaire et  $N_2$  spires secondaires, on pose  $m=N_2/N_1$ .

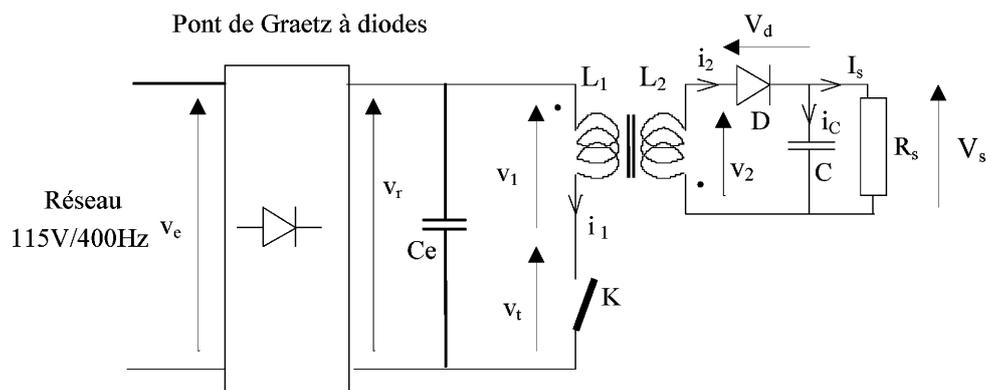


Figure 1 : schéma de l'alimentation à absorption sinusoïdale

**A- Etude en régime de tension d'entrée continue, la tension  $v_r$  est supposée constante et égale à  $V$ .**

On suppose un fonctionnement en régime discontinu (le flux dans le circuit magnétique descend à zéro durant une fraction variable de chaque période) et le régime permanent atteint, c'est-à-dire que le condensateur de sortie  $C$  est chargé à  $V_s$ .

1- On note  $\mathcal{R}$  la reluctance du circuit magnétique du transformateur. Exprimer  $L_1$  et  $L_2$  en fonction de  $\mathcal{R}$ ,  $N_1$  et  $N_2$ , établir les relations entre  $L_1$  et  $L_2$  en fonction de  $m$ .

2-  $K$  est fermé durant  $[0, \alpha T_d]$ , déterminer sur cet intervalle de temps l'évolution des grandeurs  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_t$ ,  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_c$ ; puis faire de même lorsque  $K$  est ouvert sur l'intervalle  $[\alpha T_d, T_d]$ . Tracer sur le document-réponse les formes d'onde des tensions et courants  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_t$ ,  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_c$ , indiquer les valeurs littérales remarquables (exprimées en fonction de  $V_r$ ,  $V_s$ ,  $\alpha$ ,  $L_1$ ,  $m$ ,  $F_d$ , et  $I_s$ ) sur les courbes.

3- Calculer l'énergie maximale stockée  $W_{L_1}$  dans l'inductance  $L_1$  durant l'intervalle  $[0, \alpha T_d]$  en fonction de  $V$ ,  $L_1$ ,  $\alpha$  et  $F_d$ .

4- En déduire l'expression de la puissance  $P_e$  absorbée en entrée puis l'expression de la tension de sortie  $V_s$  en fonction de  $\alpha$ ,  $V$ ,  $L_1$ ,  $R_s$  et  $F_d$  puis en fonction de  $\alpha$ ,  $V$ ,  $m$ ,  $L_2$ ,  $R_s$  et  $F_d$ .

5- Calculer la valeur moyenne du courant d'entrée  $i_1$  notée  $\langle i_1 \rangle$  en fonction de  $V$ ,  $\alpha$ ,  $L_1$  et  $F_d$ . En déduire l'expression de la résistance apparente du convertisseur définie par  $R_{eq} = V / \langle i_1 \rangle$ , par quelle grandeur peut-elle être contrôlée ?

6- Le condensateur  $C$  ayant une valeur finie, la tension  $V_s$  est en réalité légèrement ondulée. On suppose que le courant dans la charge est parfaitement constant, représenter qualitativement l'ondulation de la tension  $V_s$  (on pourra s'aider du fait que la relation  $i_c(t) = C dV_s/dt$  est toujours vraie). Quelle est la fréquence fondamentale de cette ondulation ?

7- Donner l'expression de  $i_c(t)$  sur l'intervalle  $[0, \alpha T_d]$ .

8- Déduire l'expression de la durée  $t_1$  d'annulation du courant  $i_c(t)$  en fonction de  $T_d$ ,  $L_2$  et  $R_s$ . Montrer alors que l'ondulation crête à crête de la tension de sortie  $\Delta V_s$  s'exprime par :

$$\Delta V_s = \frac{1}{2C} \cdot \frac{\alpha m V}{R_s} \cdot \left( T_d - \sqrt{\frac{L_2}{2R_s \cdot F_d}} \right) \cdot \left( \sqrt{\frac{2R_s}{L_2 \cdot F_d}} - 1 \right)$$

9- Applications numériques : on donne au point à puissance de sortie maximale :  $V=163V$ ,  $L_1=1,33mH$ ,  $F_d=50kHz$ ,  $m=0,171$ ,  $\alpha_{max}=0,5$ ,  $R_s=15,7\Omega$ .

Calculer la tension  $V_s$  et la puissance  $P_s$  en sortie,

Calculer la valeur maximale des courants  $i_1$ ,  $i_2$  ainsi que les courants  $\langle i_1 \rangle$  et  $\langle i_2 \rangle$ ,

Calculer  $V_{tmax}$ ,

Proposer un choix de calibre courant et tension pour les composants semi-conducteurs,

Calculer  $C$  pour obtenir une ondulation relative  $\Delta V_s/V_s=5\%$ .

**B- Étude en régime de tension d'entrée variable, le condensateur  $C_c$  est supprimé et la tension d'entrée  $v_r$  est constituée d'arches de sinusoïdes redressées double alternances d'amplitude  $V$ .**

On impose que  $\alpha$  reste constant dans ce mode de fonctionnement. La fréquence de découpage  $F_d$  est très grande devant la fréquence du réseau, aussi peut-on considérer que la tension redressée  $v_r(\theta)$  reste constante durant chaque période de découpage  $T_d$ .

10- Sur une demi-période réseau  $[0, \pi]$ , en utilisant le résultat obtenu en 5, donner l'expression de la valeur moyenne (à l'échelle de la période de découpage, valeur moyenne glissante)  $\langle i_1 \rangle(\theta)$  en fonction de  $\alpha$ ,  $V$ ,  $L_1$  et  $F_d$ .

11- Calculer l'expression de la puissance  $P_e$  absorbée par l'alimentation, en fonction de  $\alpha$ ,  $V$ ,  $L_1$  et  $F_d$ .

Dans les questions qui suivent, on fait l'hypothèse que **l'on veut transmettre la même puissance  $P_e$  que précédemment avec le même rapport cyclique ( $\alpha=0,5$ ), à la même fréquence de découpage  $F_d$  (partie A), avec la même résistance de sortie  $R_s$ .**

12- Comment doit évoluer la nouvelle valeur  $L_{1n}$  de  $L_1$  par rapport au cas précédent ? Dans quel rapport est alors le courant maximal dans l'interrupteur K par rapport au cas précédent ?

13- Donner l'expression de la tension de sortie  $V_s$  en fonction de  $V$ ,  $\alpha$ ,  $L_{1n}$ ,  $F_d$ , et  $R_s$ . Cette valeur est-elle modifiée par rapport au cas précédent ?

14- Exprimer la valeur moyenne (à l'échelle de la période de découpage) du courant  $i_2$ , notée  $\langle i_2 \rangle(\theta)$  sur une période de découpage  $T_d$  en fonction de  $v_r(\theta)$ ,  $\alpha$ ,  $L_{1n}$ ,  $F_d$  et  $V_s$ .

15- En déduire que le courant  $\langle i_2 \rangle(\theta)$  peut s'écrire sous la forme :

$$\langle i_2 \rangle = A(1 + \cos(2\theta))$$

Montrer que le terme A s'exprime par :

$$A = \frac{(\alpha V)^2}{4 \cdot V_s \cdot L_{1n} \cdot F_d}$$

On donne  $L_1=665\mu\text{H}$ ,  $V_s=28\text{V}$ ,  $\alpha=0,5$ , calculer A.

16- L'ondulation du courant  $i_C$  dans le condensateur C présente deux composantes, une à la pulsation  $2\pi F_d$ , l'autre à la pulsation  $2\omega_r$ . Laquelle des deux composantes provoque l'ondulation de tension la plus importante et pourquoi ?

17- Exprimer l'ondulation de la tension due à  $2\omega_r$  en fonction de C et A. En déduire la nouvelle valeur de C pour obtenir une ondulation relative de la tension de sortie  $\Delta V_s/V_s=5\%$ .

18- En pratique, on ajoute un filtre en amont du redresseur destiné à éliminer la composante de découpage du courant absorbé par le convertisseur. Dans ces conditions, quelle est la valeur du facteur de puissance de cette alimentation ?

# DEUXIEME PARTIE

## ELECTRONIQUE

Nous étudions ici certains sous-ensembles d'un *système de réception* mis en œuvre dans le cadre de télécommunications sans fil.

Le module de réception, d'architecture classique, est de type super-hétérodyne. La figure 1 en représente une version simplifiée.

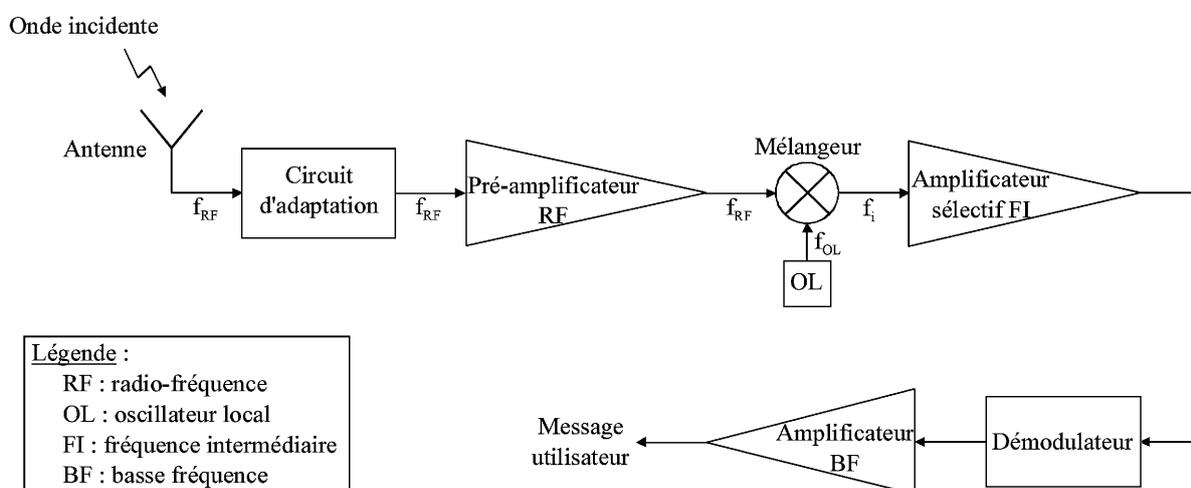


Fig. 1. Schéma fonctionnel simplifié d'un récepteur super-hétérodyne.

Le sujet comporte trois parties consacrées respectivement à :

1. l'étude de l'étage d'entrée du récepteur (circuit d'adaptation de la Fig. 1),
2. l'analyse du changement de fréquence et du mélangeur,
3. la méthode de restitution de l'information à l'utilisateur (démodulateur de la Fig. 1).

*Note : l'énoncé est relativement long, mais les réponses aux questions sont souvent brèves. Les trois parties sont indépendantes.*

### **Partie 1 : Etude de l'étage d'entrée du récepteur**

Pour permettre une transmission optimale (de puissance) de l'antenne vers le pré-amplificateur radio-fréquence (RF), on insère un circuit d'adaptation d'impédance (Cf. Fig. 1).

A la fréquence de travail ( $f_{RF}=80\text{MHz}$ ), l'impédance d'antenne,  $R_g$ , est supposée réelle pure : elle vaut  $R_g = 80\Omega$ . A cette même fréquence, l'impédance d'entrée du pré-amplificateur est de nature complexe ; elle a pour expression  $Z_e = R_e + jL_e\omega_{RF}$  avec  $R_e = 20\Omega$  et  $L_e\omega_{RF}=7\Omega$ .

#### **1- Etude préliminaire dans le cas général.**

Considérons le circuit représenté Fig. 2.

$E$  désigne l'amplitude de la tension complexe délivrée par le générateur de tension.

$Z_g = R_g + jX_g$  et  $Z_L = R_L + jX_L$  sont deux impédances complexes.

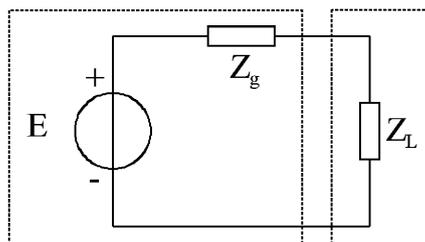


Fig. 2.

On note  $P$  la puissance active qui est transmise du générateur ( $E, Z_g$ ) à la charge  $Z_L$ .

Exprimer  $P$  en fonction de  $E$ ,  $R_g$ ,  $X_g$ ,  $R_L$  et  $X_L$ .

Puis, démontrer que  $P$  est maximale lorsque les impédances  $Z_g$  et  $Z_L$  sont complexes conjuguées, c'est-à-dire lorsque  $Z_L = Z_g^*$  ( $Z_g^*$  est le complexe conjugué de  $Z_g$ ).

## 2- Application au circuit d'adaptation.

A la fréquence  $f_{RF}$ , les impédances aux accès présentées par l'antenne et le pré-amplificateur ne satisfont pas la condition d'adaptation en puissance énoncée à la question précédente. Il est donc nécessaire d'insérer un circuit d'adaptation (Cf. Fig. 1). Ici, cet étage est constitué d'un condensateur  $C_a$  et d'une inductance  $L_a$  (Fig. 3) dont on se propose de déterminer les valeurs.

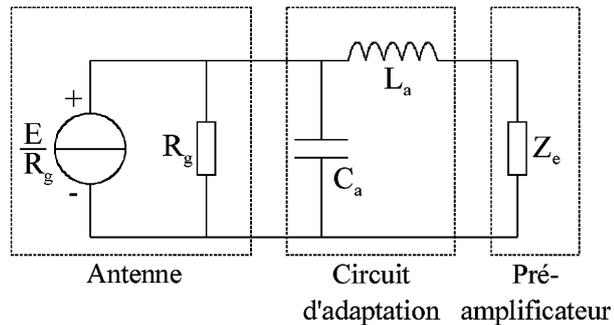


Fig. 3. Circuit d'adaptation.

**2a-** Pour faciliter ce calcul, on modélise l'antenne par un générateur de Norton et on appliquera la condition d'adaptation (Cf. question précédente) en raisonnant sur les admittances.

Pour cela :

- Exprimer l'impédance de charge  $Z_L$  de l'antenne.
- Puis, en partant de l'équation  $Y_L = Y_g^*$  (avec  $Y_L = 1/Z_L$ ), donner les expressions littérales de  $C_a$  et  $L_a$  pour avoir adaptation en puissance antenne-pré-amplificateur à la fréquence  $f_{RF}$ .

**2b- Application numérique.** Calculer  $C_a$  et  $L_a$  à l'aide des données numériques fournies précédemment.

## Partie 2 : Changement de fréquence

Comme indiqué Fig. 1, le signal RF (de fréquence  $f_{RF}$ ) reçu par l'antenne est mélangé à celui délivré par l'oscillateur local (OL, fréquence  $f_{OL}$ ) pour générer un signal à fréquence plus basse, dite fréquence intermédiaire  $f_i$  (par définition,  $f_i = |f_{RF} - f_{OL}|$ ). C'est ce signal qui sera ensuite démodulé pour en extraire le message utilisateur.

**3-** Le schéma de principe du mélangeur (qui fait intervenir un multiplieur analogique de gain  $K$ ) est représenté Fig. 4.

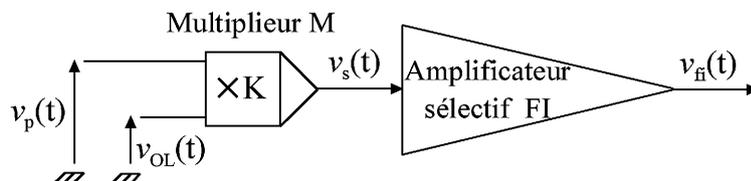


Fig. 4. Multiplieur.

On note :

- $v_p(t) = A_p \cos(2\pi f_{RF}t)$ , le signal RF appliqué sur l'une des entrées du multiplieur,
- $v_{OL}(t) = A_{OL} \cos(2\pi f_{OL}t)$ , la tension délivrée par l'oscillateur local (OL),
- $v_s(t)$ , la tension de sortie du multiplieur,
- $v_{fi}(t)$ , la tension de sortie de l'amplificateur sélectif.

Exprimer  $v_s(t)$  et tracer son spectre fréquentiel monolatéral (fréquences positives) en amplitude. Quelles sont les fréquences présentes ?

- 4- Le multiplieur analogique de la Fig. 4 est réalisé à partir de la cellule de Gilbert de la Fig. 5. Cette cellule est bâtie autour de trois paires différentielles à transistors bipolaires NPN. L'une de ces paires est représentée Fig. 6. Dans cette question, on supposera que les transistors sont tous identiques et que leur gain en courant  $\beta$  est très supérieur à 1. On rappelle la relation suivante :

$$I_c \cong I_s \exp(V_{BE}/V_T) \cong I_E, \text{ avec } V_T=26\text{mV et } I_S=0,1\mu\text{A à } 300^\circ\text{K.}$$

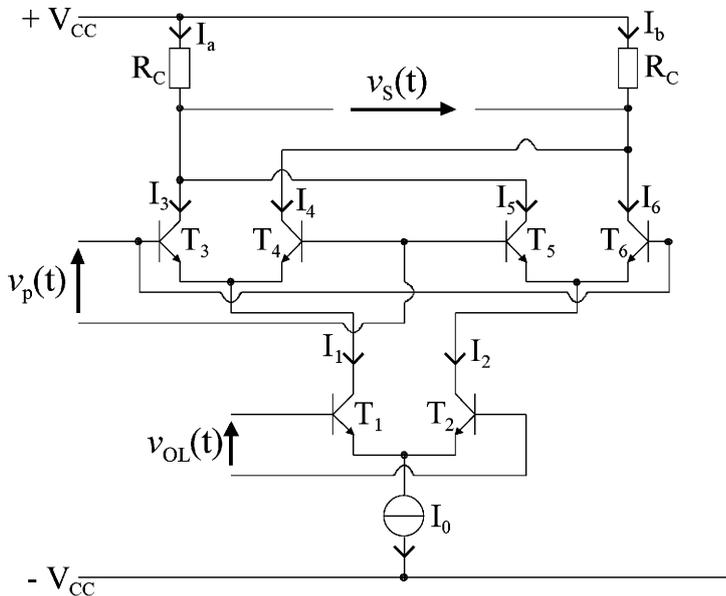


Fig. 5. Multiplieur analogique à cellule de Gilbert.

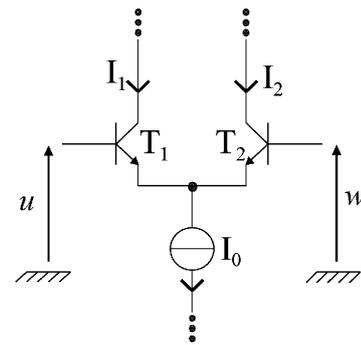


Fig. 6. Paire différentielle.

- 4a- En considérant le schéma de la Fig. 6, exprimer  $I_1$  et  $I_2$  en fonction de  $I_0$ ,  $u$ ,  $w$  et  $V_T$ .
- 4b- En déduire les expressions de  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$  et  $I_6$  (Fig. 5) en fonction de  $v_p(t)$ ,  $v_{OL}(t)$ ,  $I_0$  et  $V_T$ .
- 4c- Montrer que  $I_a - I_b$  a pour expression :

$$I_a - I_b = I_0 \operatorname{th}\left(\frac{v_p}{2V_T}\right) \operatorname{th}\left(\frac{v_{OL}}{2V_T}\right)$$

On rappelle que  $\operatorname{th}(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)}$

- 4d- Commenter et conclure.

### Partie 3 : Restitution de l'information à l'utilisateur

On s'intéresse maintenant aux circuits de démodulation qui permettent d'extraire le signal informatif du signal précédemment converti en fréquence intermédiaire. On suppose que la transmission a été effectuée par modulation d'amplitude avec porteuse (MA). Dans cette partie, on s'intéresse à une technique particulière de démodulation d'amplitude : la *détection synchrone*.

- 5- Quelle(s) autre(s) technique(s) de démodulation d'amplitude connaissez-vous ? Énoncer brièvement les principes sous la forme de schéma(s) fonctionnel(s).
- 6- Le principe de la détection synchrone est décrit Fig. 7. Il consiste à multiplier (à l'aide d'un multiplieur analogique de gain  $K$ ), la tension modulée MA  $v_{fi}(t)$  par une tension de référence  $v_{ref}(t)$  de même fréquence que la fréquence intermédiaire  $f_i$ .

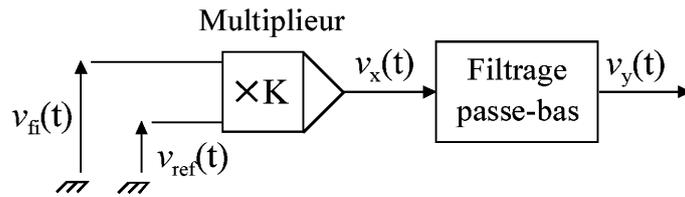


Fig. 7. Principe de la détection synchrone.

On note :

- $v_{fi}(t) = A_m [1 + m \times \cos(2\pi f_m t)] \times \cos(2\pi f_i t)$ , la tension modulée en amplitude. Le modulant est supposé sinusoïdal de fréquence  $f_m$  ( $f_m \ll f_i$ ),
- $v_{ref}(t) = A_{ref} \cos(2\pi f_i t + \varphi)$ , la tension de référence générée au niveau du démodulateur.  $\varphi$  est un déphasage supposé constant.

6a- Exprimer la tension de sortie  $v_x(t)$  du multiplieur. Préciser explicitement les composantes spectrales de  $v_x$  et donner l'amplitude de chacune des composantes.

6b- Préciser le rôle du filtrage passe-bas.

6c- On suppose que le filtre passe-bas est idéal : sa fréquence de coupure est notée  $f_c$  ; l'amplification vaut 1 dans la bande passante  $[0, f_c]$  et est nulle en dehors ; le déphasage introduit dans la bande passante est nul.

Donner l'expression littérale de  $v_y(t)$ . Commenter.

6d- Dans le cas où le modulant est un signal à spectre borné  $[F_{MIN}, F_{MAX}]$ , donner un encadrement de la fréquence de coupure  $f_c$  du filtre.

6e- Commenter l'influence du déphasage  $\varphi$  sur la restitution du message informatif.

6f- Afin de s'affranchir des problèmes potentiels mis en avant à la question 6e, on considère le montage de la Fig. 8 dans lequel tous les multiplieurs sont identiques et idéaux de gain  $K$ . Les filtres passe-bas sont également supposés idéaux.

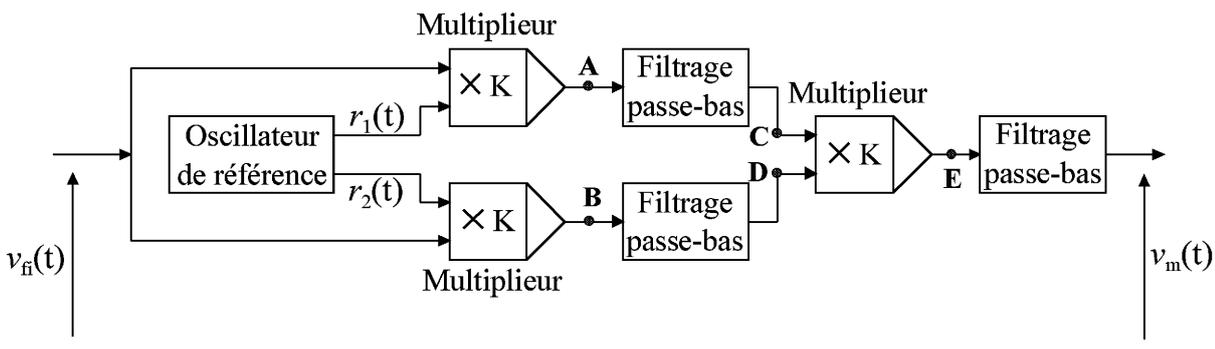


Fig. 8.

L'oscillateur de référence délivre deux tensions en quadrature d'expression :

- $r_1(t) = \cos(2\pi f_i t + \varphi)$ ,
- $r_2(t) = \sin(2\pi f_i t + \varphi)$ .

Exprimer les tensions aux cinq nœuds caractéristiques (notés A, B, C, D et E) du montage de la Fig. 8.

En déduire l'expression de la tension de sortie  $v_m(t)$ .

**6g-** Commenter et conclure sur la synchronisation du récepteur.

**7-** Pour réaliser le filtre passe-bas, on considère le schéma représenté Fig. 9 dans lequel les deux intégrateurs ont pour transmittance complexe  $H(j\omega) = \frac{\omega_0}{j\omega}$ .

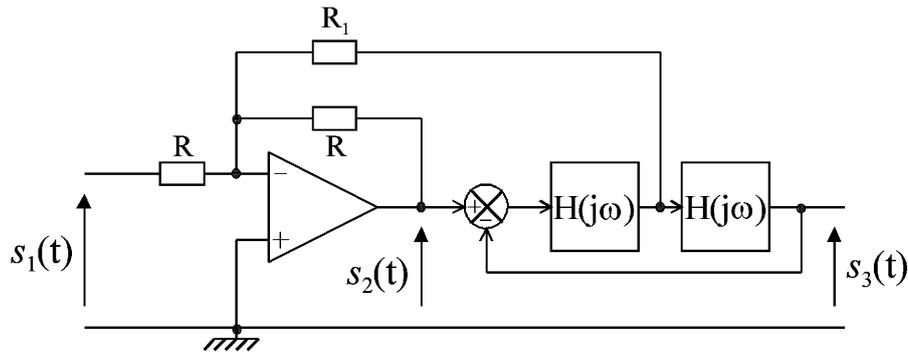


Fig. 9. Filtre passe-bas.

**7a-** Donner l'expression littérale, sous forme normalisée, de la transmittance complexe  $T(j\omega) = S_3(j\omega)/S_1(j\omega)$ .

**7b-** Donner les expressions du gain statique  $G_0$ , de la pulsation propre  $\omega_p$ , et du coefficient d'amortissement  $\xi$ , en fonction de  $R$ ,  $R_1$  et  $\omega_0$ .

**7c-** Quel est l'ordre du filtre ?

**7d-** Quelle doit être la relation entre  $R$  et  $R_1$  pour avoir  $\xi=1$  ?

**7e-** Dans ce cas, tracer les diagrammes de Bode en amplitude et phase, d'abord en représentation asymptotique, puis en représentation réelle.